

## Ejercicio de observación de estrellas

### 1ª parte

El día 14 de junio de 2005, navegando al rumbo efectivo  $310^{\circ}$  y con 20 nudos de velocidad, en situación de estima Lat =  $40^{\circ}-20'$  Norte, Long =  $22^{\circ}-30'$  Oeste, en el instante en que finaliza el crepúsculo civil vespertino.

Se pide: Investigar que tres astros interesa observar.

### 2ª parte

Se observa:

A HCG =  $21^{\text{h}}34^{\text{m}}$  ai\* Vega =  $34^{\circ} - 25,7$

A HCG =  $21^{\text{h}}37^{\text{m}}$  ai\* Spica =  $38^{\circ} - 14,6$

A HCG =  $21^{\text{h}}43^{\text{m}}$  ai\* Pollux =  $17^{\circ} - 45,4$

Siendo la elevación del observador = 20 metros y el error de índice nulo.

La situación de estima corresponde a la primera observación.

Se pide: Calcular situación verdadera.

## **Cálculo con rectas de altura. Métodos de solución y comparación de resultados.**

Situación real: a las 21<sup>h</sup> 34<sup>m</sup> TU: Lat = 40°-35,0' y Long = 22°-15,0' Oeste.

Situación real: a las 21<sup>h</sup> 37<sup>m</sup> TU: Lat = 40°-35,6' y Long = 22°-16,0' Oeste.

Situación real: a las 21<sup>h</sup> 43<sup>m</sup> TU: Lat = 40°-36,9' y Long = 22°-18,0' Oeste.

### **1ª parte (preparatoria)**

Consiste en determinar el momento idóneo de observación desde el instante de otra observación, por ejemplo desde la meridiana. Esta parte se puede resolver con estimas previas, pero no se plantea en este ejercicio.

### **Astros a observar:**

Comienza el ejercicio, buscando una relación de astros (estrellas) idóneos para observar.

El día 14 de junio de 2005, navegando al rumbo efectivo 310° y con 20 nudos de velocidad, en situación de estima Lat = 40°-20' Norte, Long = 22°-30' Oeste, en el instante en que finaliza el crepúsculo civil vespertino.

Podemos utilizar, entre otros:

#### Software:

- Almanaque Náutico para PC "Andi", del Real Instituto y Observatorio de la Armada. Precio menor de 2 euros.
- Cartes du Ciel (<http://www.astrosurf.com/astroipc/cartes/>). Programa gratuito.
- Ez Cosmos 3.0 (programa en MS-DOS).
- Expert Astronomer for Windows.
- CNAV ([http://www.hydro.nl/pgs/en/software\\_en.htm](http://www.hydro.nl/pgs/en/software_en.htm)) software holandés gratuito.
- Skymate

#### Identificadores:

- Star-Finder 2102-D de Weems & Plath

#### Publicaciones:

- Sight Reduction Tables for Air Navigation (Selected Stars Pub nº 249 Vol 1) <http://www.nga.mil/portal/site/maritime/> (Tablas Americanas).

Vamos a utilizar estas Tablas Americanas, que corresponden al año 2005, aunque se pueden utilizar durante 10 años (de 5 anteriores a 5 posteriores). Antes es necesario calcular el instante del crepúsculo y el horario en el lugar de Aries.

Hcl crep civil I =	20 <sup>h</sup> 04 <sup>m</sup>	Interpolando en el Almanaque Náutico
Lt =	01 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	Longitud en tiempo (1 hora = 15°)
HcG crep civil I =	21 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup>	Finaliza el crep civil, se inicia el crep. náutico
hGAries 21 <sup>h</sup> =	218° - 15,2'	
C. m y seg =	8° - 31,4'	1 hora => 15° - 02,5' (por ser Aries)
hGAries =	226° - 46,6'	
L asumida =	22° - 46,6'	Para que dé entero el hl Aries (whole degree)
hl Aries =	204°	

Tabla 1

Se ha introducido el concepto de longitud asumida, que en esta tabla no era del todo necesario, pues estamos buscando una aproximación. (Más adelante se explicará, para qué sirve).

A continuación entramos en las Tablas Americanas (249 vol 1 archivo part2.pdf página nº 40 y última).

**LAT 40°N**

LHA YT	Hc Zn	Hc Zn	Hc Zn	Hc Zn	Hc Zn								
	★VEGA		Alphecca		ARCTURIUS		★SPICA		REGILLUS		★POLLUX		★CAPELLA
180	17 51 054	43 55 090	54 12 116	35 07 154	52 43 229	37 04 278	21 18 313						
181	18 28 054	44 41 090	54 53 117	35 26 155	52 08 230	36 18 278	20 45 313						
182	19 05 055	45 27 091	55 34 118	35 45 156	51 33 232	35 33 279	20 11 314						
183	19 43 055	46 13 092	56 14 119	36 03 158	50 56 233	34 47 279	19 38 314						
184	20 21 056	46 59 092	56 54 120	36 20 159	50 20 234	34 02 280	19 05 315						
185	20 59 056	47 45 093	57 34 121	36 36 160	49 42 235	33 17 281	18 33 315						
186	21 38 057	48 31 094	58 13 123	36 52 161	49 04 236	32 32 281	18 01 316						
187	22 16 057	49 17 094	58 51 124	37 06 162	48 26 237	31 47 282	17 29 316						
188	22 55 058	50 03 095	59 29 125	37 20 163	47 47 238	31 02 282	16 57 317						
189	23 34 058	50 49 096	60 06 127	37 33 165	47 07 240	30 17 283	16 25 317						
190	24 13 059	51 34 097	60 42 128	37 44 166	46 28 241	29 32 283	15 54 318						
191	24 52 059	52 20 097	61 18 130	37 55 167	45 47 242	28 47 284	15 23 318						
192	25 32 060	53 05 098	61 53 131	38 05 168	45 07 243	28 03 284	14 53 318						
193	26 12 060	53 51 098	62 27 133	38 14 170	44 26 244	27 18 285	14 22 319						
194	26 52 061	54 36 100	63 00 135	38 22 171	43 44 245	26 34 285	13 52 319						
	★DENEBO		★VEGA		ARCTURIUS		★SPICA		REGILLUS		★POLLUX		Dubhe
195	13 03 041	27 32 061	63 32 136	38 28 172	43 03 246	25 50 286	62 04 331						
196	13 33 041	28 12 061	64 04 138	38 34 173	42 21 246	25 05 287	61 41 330						
197	14 03 042	28 53 062	64 34 140	38 39 175	41 38 247	24 21 287	61 18 329						
198	14 34 042	29 33 062	65 03 142	38 43 176	40 56 248	23 38 288	60 55 329						
199	15 05 043	30 14 063	65 30 144	38 46 177	40 13 249	22 54 288	60 31 328						
200	15 36 043	30 55 063	65 57 146	38 48 178	39 30 250	22 10 289	60 06 328						
201	16 08 044	31 36 064	66 22 148	38 49 180	38 47 251	21 27 289	59 42 327						
202	16 40 044	32 17 064	66 45 150	38 49 181	38 03 252	20 43 290	59 17 327						
203	17 12 045	32 59 065	67 07 152	38 47 182	37 19 253	20 00 290	58 52 327						
204	17 45 045	33 40 065	67 28 155	38 45 183	36 35 253	19 17 291	58 26 326						
205	18 17 046	34 22 065	67 46 157	38 42 185	35 51 254	18 34 291	58 01 326						
206	18 50 046	35 04 066	68 03 159	38 38 186	35 07 255	17 52 292	57 35 325						
207	19 23 047	35 46 066	68 19 162	38 33 187	34 22 256	17 09 293	57 08 325						
208	19 57 047	36 28 067	68 32 164	38 27 188	33 38 256	16 27 293	56 42 325						
209	20 31 047	37 10 067	68 43 167	38 19 190	32 53 257	15 44 294	56 15 324						

Ilustración 1

LHA: horario en el lugar de Aries.  
 Hc: altura computada.  
 Zn: azimut verdadero.

Los argumentos son la latitud y el horario en el lugar de Aries. Obtenemos la altura y el azimut de una serie de estrellas. La altura y el azimut serían los exactos para un observador en ese instante con la latitud del argumento (en este caso 40° enteros) y en la longitud asumida. Si se efectuara la observación en este instante, calcularíamos de diferencia de alturas y desde la posición lat = 40° N y Long = 22° - 46,6' trazaríamos normalmente. Eso se hará más adelante.

La información sobre las estrellas, aparte de lo mencionado de la altura y el azimut, consiste en que nos da un conjunto de tres estrellas a las que antepone un pequeño rombo. Estas serán las estrellas que dan un corte mejor por estar separadas aproximadamente 120° en azimut (hay que evitar ángulos menores de 60°). Por otra parte las estrellas que tienen su nombre escrito en mayúsculas son más visibles (primera magnitud) y las escritas en minúsculas son de 2ª magnitud (magnitud > 1,5).

Con estos datos y en función de si se trata de crepúsculo matutino o vespertino se puede establecer un orden de observación pues es mejor empezar por la zona del horizonte más oscura, que será la opuesta a donde se puso el sol, que en este caso es la zona oriental. Para cada estrella, se pone en el sextante la altura de la tabla y se dirigirá la visual al horizonte según el azimut indicado. Después se tangentea y se anota la hora y la altura instrumental.

Hasta aquí tenemos un procedimiento sencillo de guía para la observación

**2ª parte (observación)**

A HCG = 21<sup>h</sup>34<sup>m</sup> ai\* Vega = 34° - 25,7  
 A HCG = 21<sup>h</sup>37<sup>m</sup> ai\* Spica = 38° - 14,6  
 A HCG = 21<sup>h</sup>43<sup>m</sup> ai\* Pollux = 17° - 45,4 siendo la elevación del observador = 20 metros y el error de índice nulo.

## Métodos de obtención de la situación.

## Método A

Para cada hora se obtiene del almanaque náutico el horario en Greenwich de Aries, se le aplica la longitud de estima del primer instante aunque sería mejor la de cada instante, como se verá más adelante. Después se le aplica el Ángulo Sidéreo y se obtiene el horario en el lugar del astro. Del almanaque se obtiene la declinación del astro, que junto con la latitud de estima y el horario calculado y con las fórmulas del triángulo de posición nos darán el azimut y la altura estimada. De la resta de la altura verdadera y la estimada obtendremos la diferencia de altura.

	Vega	Spica	Pollux
hGAries =	226° - 46,6'	227° - 31,7'	229° - 02,0'
Long est=	22° - 30,0'	22° - 30,0'	22° - 30,0'
hIAries =	204° - 16,6'	205° - 01,7'	206° - 32,0'
AS =	80° - 42,8'	158° - 37,7'	243° - 35,7'
hl* =	75° - 00,6'E	3° - 39,4' W	90° - 07,7' W
Lat est =	40° - 20,0' N	40° - 20,0' N	40° - 20,0' N
d* =	38° - 47,1' N	11° - 11,5' S	28° - 01,0' N
a est * =	33° - 59,7'	38° - 21,8'	17° - 36,5'
Z* =	065°	184,5°	292°
a i* =	34° - 25,7'	38° - 14,6'	17° - 45,4'
depresión =	- 7,9	- 7,9	- 7,9
Ref =	-1,4	-1,2	-3,0
av* =	34° - 16,3	38° - 05,4	17° - 34,5
ae* =	33° - 59,7'	38° - 21,8'	17° - 36,5'
Da =	16,6 +	16,4 -	2,0 -
Z* =	065°	184,5°	292°

Tabla 2

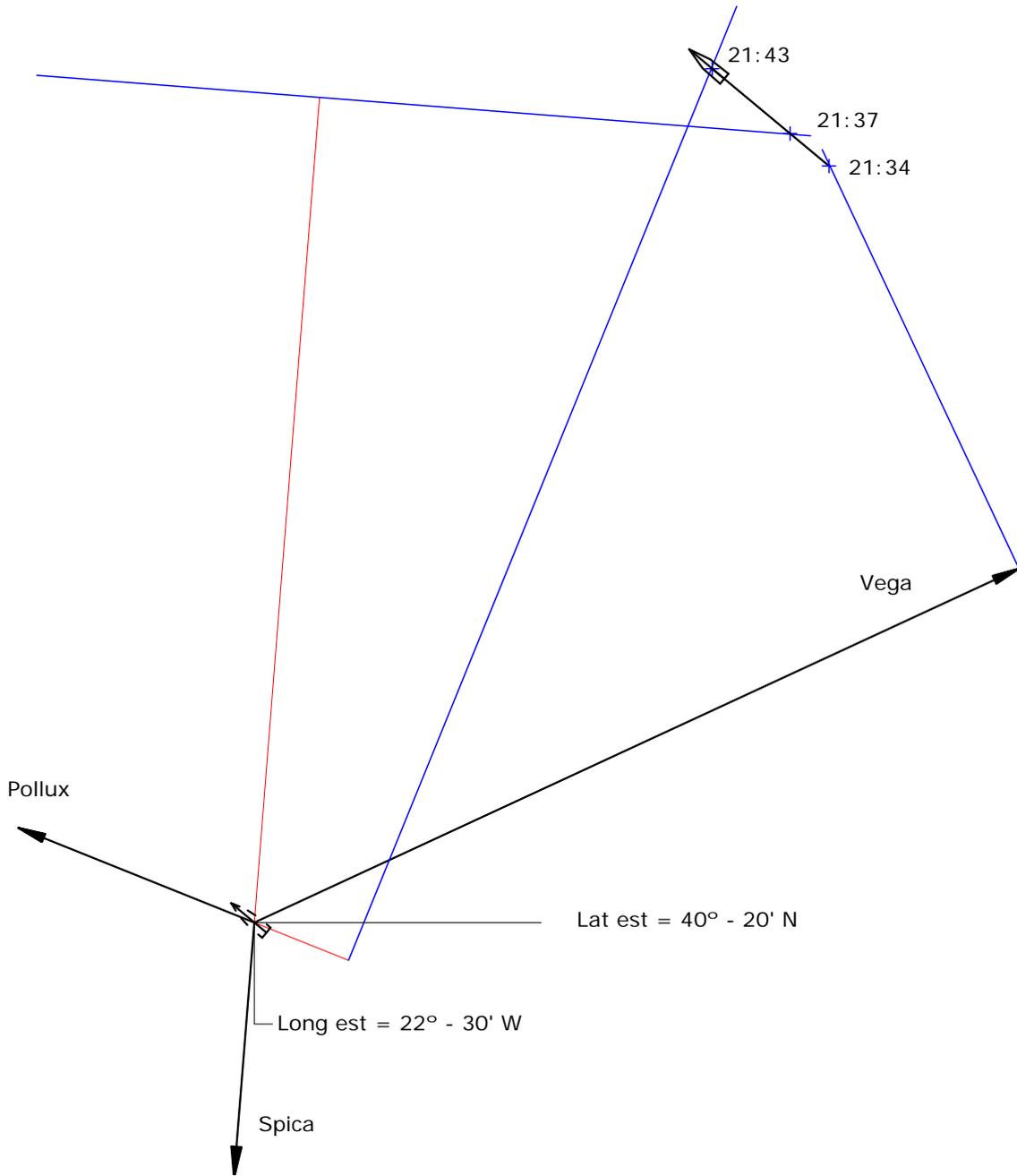


Ilustración 2

El barco dibujado a trozos representa la situación de estima, y el entero la posición real.

De no trasladar las rectas de altura se obtendrán tres rectas de altura que pasan por las posiciones del barco a esas horas, pero que no nos sirven para situarnos.

Puesto que es necesario conocer la situación a una determinada hora, se trasladarán 2 rectas de altura al momento de la tercera. Lo más normal suele ser el trasladar las primeras al momento de la última. La situación de estima se utiliza para el cálculo de las tres rectas de altura, por lo que el azimut y recta de la tercera observación se trazan desde esta posición de estima. Se obtienen las distancias  $d_2$  y  $d_1$ , que son las distancias navegadas entre la primera y segunda observación y entre la 2ª y 3ª respectivamente. La primera observación se tendrá que trasladar una distancia mayor ( $d_1 + d_2$ ). Una regla práctica consiste en trasladar la distancia completa la primera observación y desde este punto ir poniendo las distancias navegadas hacia atrás (hacia la posición de estima inicial).

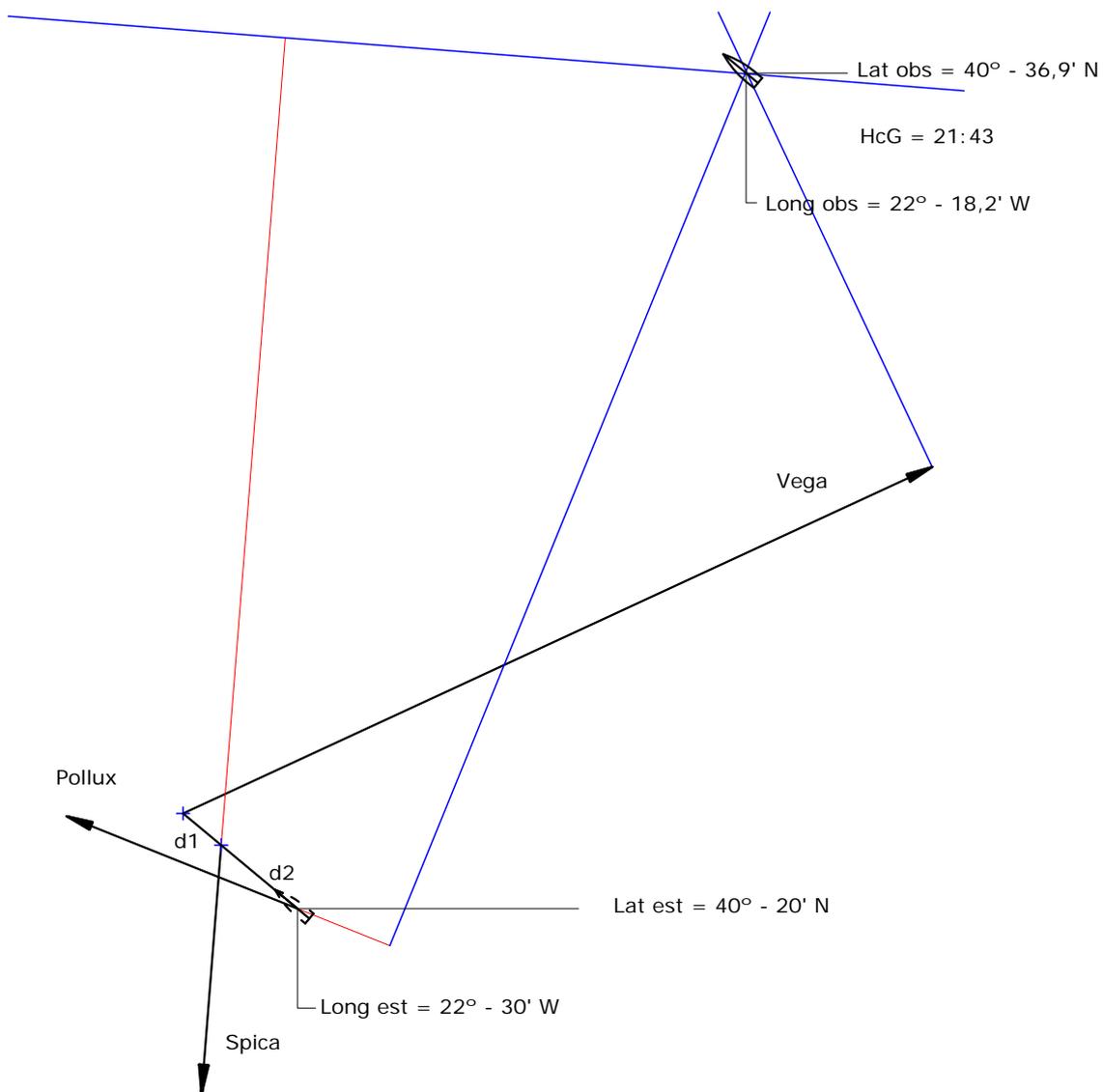


Ilustración 3

Método B (analítico)

Existe un procedimiento analítico basado en mínimos cuadrados que podemos encontrar en el almanaque náutico Inglés (Her Majesty's Nautical Almanac Office) y también en el almanaque norteamericano (USNA).

Se obtienen los siguientes valores auxiliares

$$A = \sum_{i=1}^n \cos^2 Z_i \qquad B = \sum_{i=1}^n \sin Z_i \cdot \cos Z_i \qquad C = \sum_{i=1}^n \sin^2 Z_i$$

$$D = \sum_{i=1}^n Da_i \cdot \cos Z_i \qquad E = \sum_{i=1}^n Da_i \cdot \sin Z_i \qquad G = A \cdot C - B^2$$

Y finalmente se obtiene la situación observada con estas fórmulas:

$$Lat = Lat_{est} + \frac{C \cdot D - B \cdot E}{G}$$

$$Long = Long_{est} + \frac{A \cdot E - B \cdot D}{G \cdot \cos Lat_{est}}$$

Las rectas de altura corresponden a instantes distintos, tal y como vimos en el método anterior, por lo que es necesario trasladarlas. En el método anterior se trasladaron gráficamente, pero en este método usaremos un procedimiento analítico.

El procedimiento analítico de traslado de rectas de altura, consiste en calcular el coseno de la marcación del astro, multiplicarlo por la distancia navegada entre observación y momento de referencia, y sumarlo algebraicamente a la diferencia de alturas, con lo que ya se podrán utilizar las fórmulas. Este traslado se debe a que se utilizó una misma situación de estima para el cálculo de todos los determinantes (Z y Da), pero corresponden a instantes diferentes (ver Ilustración nº 3). En el caso de que para cada determinante se emplee una hora particular, entonces un horario en Aries para cada hora y además se emplee la situación de estima de cada observación, las rectas de altura podrán trazarse todas, tal cual se calcularon, desde una única situación de estima. La situación obtenida corresponderá a la de la hora de la situación de estima empleada.

Aplicando a los datos anteriores:

Z	Grados	Z Rel	Rad.	Sin Z	Cos Z	Sin^2 Z	Cos^2 Z		dif	corr.	difc * sin Z	difc * cos Z	sin Z * cos Z
Z =	065,0 °	115,0 °	1,1345	0,9063	0,4226	0,8214	0,17861	Dif a =	16,6 "	-1,3 '	0,231594	0,10799408	0,38302222
Z =	184,5 °	234,5 °	3,2201	-0,078	-0,9969	0,0062	0,99384	Dif a =	-16,4 "	-1,2 '	0,0229642	0,29178783	0,07821723
Z =	292,0 °	342,0 °	5,0964	-0,927	0,3746	0,8597	0,14033	Dif a =	-2,0 "	0,0 '	0,0309061	-0,0124869	-0,3473292
Z =								Dif a =					
Z =								Dif a =					
Z =								Dif a =					
						1,6872	1,31278				0,2854644	0,38729502	0,11391027
						<b>C</b>	<b>A</b>				<b>E</b>	<b>D</b>	<b>B</b>
											<b>G=</b>	2,2019733	

Tabla 3

En la columna "corr." se puede ver la corrección a las Da por el traslado de las rectas de altura. Se trasladan las 2 primeras al momento de la tercera y última. El cálculo del dato -1,3' es el siguiente:

Siendo el tiempo a trasladar = 9 minutos = 0,15 horas. La velocidad es 20 nudos, con lo que la distancia navegada será = 20 x 0,15 = 3 millas. El rumbo del barco es 310°, el azimut del astro observado es 065°, con lo que la marcación del astro será = 065° - 310° = - 245° = -245° + 360° = 115°

Finalmente: 3' .cos 115° = 3 .(- 0,422618) = - 1,3' , por lo que la nueva Da = 16,6' - 1,3' = 15,3'

La Da deberá dividirse entre 60, para expresarla en grados.

Una vez que tenemos los valores auxiliares, la situación observada es inmediata (en este caso no hay que iterar):

Lat obs = 40° - 36,9' N  
 Long obs = 22° - 18,2' W



Método C

Utilizando las Tablas Americanas referidas al inicio de este documento (Sight Reduction Tables for Air Navigation). Hay que tener en cuenta que las tablas son para la navegación aérea, por lo que las interpolaciones han de hacerse con cuidado y variando los argumentos de la tablas (velocidad) y consecuentemente los resultados.

En primer lugar hay que calcular el horario en el lugar de Aries (a grado entero) para el instante de la última observación, que hemos preferido que sea la que se calcule, por ser la más actual. Sin embargo el hecho de obtener un solo horario y por tanto hacer solo una entrada en la tabla va a generar un error muy importante en la altura computada y en el azimut, pues las observaciones se realizan en momentos distintos y a esos momentos corresponden horarios de Aries específicos de la hora y longitud particular de cada observación. Esto se corregirá en parte con el coeficiente C2 que veremos un poco más adelante.

$$\begin{aligned}
 hGAries\ 21^h &= 218^\circ - 15,2' \\
 C.\ 43^m &= 10^\circ - 46,8' \quad 1\ \text{hora} \Rightarrow 15^\circ - 02,5' \text{ (por ser Aries)} \\
 hGAries &= 229^\circ - 02,0' \\
 L\ \text{asumida} &= 22^\circ - 02,0' \quad \text{Para que dé el hl Aries entero (whole degree)} \\
 hl\ \text{Aries} &= 207^\circ
 \end{aligned}$$

Tabla 6

Con el horario calculado y la latitud a grado entero, se obtienen en la tabla las alturas estimadas (computadas) y el azimut verdadero del astro. Se obtendrán las diferencias de alturas (Da) restando estas a las alturas verdaderas.

**LAT 40°N**

LHA °	Hc	Zn	Hc	Zn	Hc	Zn	Hc	Zn	Hc	Zn	Hc	Zn	Hc	Zn
	★VEGA		Alphacca		ARCTURIUS		★SPICA		REGULUS		★POLLUX		CAPELLA	
180	17 51	054	43 55	090	54 12	116	35 07	154	52 43	229	37 04	278	21 18	313
181	18 28	054	44 41	090	54 53	117	35 26	155	52 08	230	36 18	278	20 45	313
182	19 05	055	45 27	091	55 34	118	35 45	156	51 33	232	35 33	279	20 11	314
183	19 43	055	46 13	092	56 14	119	36 03	158	50 56	233	34 47	279	19 38	314
184	20 21	056	46 59	092	56 54	120	36 20	159	50 20	234	34 02	280	19 05	315
185	20 59	056	47 45	093	57 34	121	36 36	160	49 42	235	33 17	281	18 33	315
186	21 38	057	48 31	094	58 13	123	36 52	161	49 04	236	32 32	281	18 01	316
187	22 16	057	49 17	094	58 51	124	37 06	162	48 26	237	31 47	282	17 29	316
188	22 55	058	50 03	095	59 29	125	37 20	163	47 47	238	31 02	282	16 57	317
189	23 34	058	50 49	096	60 06	127	37 33	165	47 07	240	30 17	283	16 25	317
190	24 13	059	51 34	097	60 42	128	37 44	166	46 28	241	29 32	283	15 54	318
191	24 52	059	52 20	097	61 18	130	37 55	167	45 47	242	28 47	284	15 23	318
192	25 32	060	53 05	098	61 53	131	38 05	168	45 07	243	28 03	284	14 53	318
193	26 12	060	53 51	099	62 27	133	38 14	170	44 26	244	27 18	285	14 22	319
194	26 52	061	54 36	100	63 00	135	38 22	171	43 44	245	26 34	285	13 52	319
	DENEBO		★VEGA		ARCTURIUS		★SPICA		REGULUS		★POLLUX		Dubhe	
195	13 03	041	27 32	061	63 32	136	38 28	172	43 03	246	25 50	286	62 04	331
196	13 33	041	28 12	061	64 04	138	38 34	173	42 21	246	25 05	287	61 41	330
197	14 03	042	28 53	062	64 34	140	38 39	175	41 38	247	24 21	287	61 18	329
198	14 34	042	29 33	062	65 03	142	38 43	176	40 56	248	23 38	288	60 55	329
199	15 05	043	30 14	063	65 30	144	38 46	177	40 13	249	22 54	288	60 31	328
200	15 36	043	30 55	063	65 57	146	38 48	178	39 30	250	22 10	289	60 06	328
201	16 08	044	31 36	064	66 22	148	38 49	180	38 47	251	21 27	289	59 42	327
202	16 40	044	32 17	064	66 45	150	38 49	181	38 03	252	20 43	290	59 17	327
203	17 12	045	32 59	065	67 07	152	38 47	182	37 19	253	20 00	290	58 52	327
204	17 45	045	33 40	065	67 28	155	38 45	183	36 35	253	19 17	291	58 26	326
205	18 17	046	34 22	065	67 46	157	38 42	185	35 51	254	18 34	291	58 01	326
206	18 50	046	35 04	066	68 03	159	38 38	186	35 07	255	17 52	292	57 35	325
207			35 46	066			38 33	187			17 09	293		
208	19 57	047	36 28	067	68 32	164	38 27	188	33 38	256	16 27	293	56 42	325
209	20 31	047	37 10	067	68 43	167	38 19	190	32 53	257	15 44	294	56 15	324

Ilustración 4

$$\begin{aligned}
 av^* &= 34^\circ - 16,3' && 38^\circ - 05,4' && 17^\circ - 34,5' \\
 ae^* &= 35^\circ - 46,0' && 38^\circ - 33,0' && 17^\circ - 09,0' \\
 Da &= 89,7' - && 27,6' - && 25,5' + \\
 Z^* &= 066^\circ && 187^\circ && 293^\circ
 \end{aligned}$$

Tabla 7

Se debe de construir una tabla como la siguiente:

Astro	Zn	Rs	Z rel	C1	C2	Suma	Interv	Con	Dao	Da
Vega	066°	310°	116°	0,6' -	42,0' +	41,4' +	9/4	93,2' +	89,7' -	3,5' +
Spica	187°	310°	237°	0,8' -	6,0' -	6,8' -	6/4	10,2' -	27,6' -	37,8' -
Pollux	293°	310°	343°	1,3' +	42,0' -	40,7' -	0	0	25,5' +	25,5' +

**Tabla 8**

Nota: El valor 1,3' de la tabla nº 3 coincide con el valor expresado como 0,6 multiplicado por 9/4 que da: -1,35 y no tiene nada que ver con el 1,3 de la estrella Pollux.

Zn: Azimut verdadero; Rs: Rumbo efectivo; Zrel = Zn – Rs (se trata de la marcación del astro, en el sentido de las agujas del reloj y menor de 360°).

C1: corrección por distancia navegada (argumento: velocidad del buque y 4 minutos de navegación) ver archivo Frontcover.pdf. Esta corrección es análoga a la corrección “corr” del método B (tabla nº 3).

**TABLE 1. — ALTITUDE CORRECTION FOR CHANGE IN POSITION OF OBSERVER**

Rel. Zn	Correction for 4 Minutes of Time																		Rel. Zn
	Ground Speed in Knots																		
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	
000	+3	+7	+10	+13	+17	+20	+23	+27	+30	+33	+37	+40	+43	+47	+50	+53	+57	+60	090
005	3	7	10	13	17	20	23	27	30	33	37	40	43	46	50	53	56	60	355
010	3	7	10	13	16	20	23	26	30	33	36	39	43	46	49	53	56	59	350
015	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	35	39	42	45	48	52	55	58	345
020	3	6	9	13	16	19	22	25	28	31	34	38	41	44	47	50	53	56	340
025	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	335
030	+3	+6	+9	+12	+14	+17	+20	+23	+26	+29	+32	+35	+38	+40	+43	+46	+49	+52	330
035	3	5	8	11	14	16	19	22	25	27	30	33	35	38	41	44	46	49	325
040	3	5	8	10	13	15	18	20	23	26	28	31	33	36	38	41	43	46	320
045	2	5	7	9	12	14	16	19	21	24	26	28	31	33	35	38	40	42	315
050	2	4	6	8	10	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	34	310
055	2	4	6	8	10	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	34	305
060	+2	+3	+5	+7	+8	+10	+12	+13	+15	+17	+18	+20	+22	+23	+25	+27	+28	+30	300
065	1	3	4	6	7	8	10	11	13	14	15	17	18	20	21	23	24	25	295
070	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19	21	290
075	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19	285
080	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	280
085	+0	+1	+1	+1	+1	+2	+2	+2	+3	+3	+3	+3	+4	+4	+4	+5	+5	+5	275
090	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	270
095	-0	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-4	-4	-4	-5	-5	-5	265
100	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	260
105	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	9	10	11	12	13	14	15	16	255
110	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19	250
115	1	3	4	5	6	7	8	10	11	13	14	15	17	18	20	21	23	24	245
120	2	3	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22	23	25	27	28	30	240
125	-2	-4	-6	-8	-10	-11	-13	-15	-17	-19	-21	-23	-25	-27	-29	-31	-33	-34	235
130	2	4	6	9	11	13	15	17	19	21	24	26	28	30	32	34	36	39	230
135	2	5	7	9	12	14	16	19	21	24	26	28	31	33	35	38	40	42	225
140	3	5	8	10	13	15	18	20	23	26	28	31	33	36	38	41	43	46	220
145	3	5	8	11	14	16	19	22	25	27	30	33	35	38	41	44	46	49	215
150	3	6	9	12	14	17	20	23	26	29	32	35	38	40	43	46	49	52	210
155	-3	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24	-27	-30	-33	-36	-39	-42	-45	-48	-51	-54	205
160	3	6	9	13	16	19	22	25	28	31	34	38	41	44	47	50	53	56	200
165	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	35	39	42	45	48	52	55	58	195
170	3	7	10	13	16	20	23	26	30	33	36	39	43	46	49	53	56	59	190
175	3	7	10	13	17	20	23	27	30	33	37	40	43	46	50	53	56	60	185
180	-3	-7	-10	-13	-17	-20	-23	-27	-30	-33	-37	-40	-43	-47	-50	-53	-57	-60	180

**Ilustración 5**

Al ser la velocidad menor de 50 nudos, se puede entrar con 200 nudos y después dividir por 10 el valor encontrado en la tabla.

C2: es la corrección por movimiento del astro. Se ha calculado un hAries para un instante y posición determinados. Al cambiar la hora, el astro cambia su posición aparente. La tabla indica este cambio para cada 4 minutos. En este ejercicio, la estrella Vega se observó 9 minutos antes de la hora con la que se obtiene el hAries (argumento de la publicación) y puesto que el astro no ha culminado, resulta que el astro 9 minutos antes tendría menos altura y un azimut menor (esto último independientemente de la culminación). Entonces la altura computada debería ser menor que la obtenida de la tabla y por consiguiente la diferencia de alturas de Vega debería de ser mayor. El error en azimut es bastante importante y es el que genera, en mayor medida, la inexactitud de este método, sobre todo porque no se suele corregir, cosa que debería hacerse al menos con astros de mucha altura.

TABLE 2. — ALTITUDE CORRECTION FOR CHANGE IN POSITION OF BODY

		Correction for 4 Minutes of Time																			
True Zn	°	Latitude in Degrees															True Zn	°			
		0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70			75	80	85
090		+80	+60	+59	+58	+56	+54	+52	+49	+46	+42	+39	+34	+30	+25	+21	+16	+10	+5	090	
095	60	60	59	58	56	54	52	49	46	42	38	34	30	25	20	15	10	5	0	085	
100	59	59	58	57	56	54	51	48	45	42	38	34	30	25	20	15	10	5	0	080	
105	58	58	57	56	54	53	50	47	44	41	37	33	29	24	20	15	10	5	0	075	
110	56	56	56	54	53	51	49	46	43	40	36	32	28	24	19	15	10	5	0	070	
115	54	54	54	53	51	49	47	45	42	38	35	31	27	23	19	14	9	5	0	065	
120		+52	+52	+51	+50	+49	+47	+45	+43	+40	+37	+35	+30	+26	+22	+18	+13	+9	+5	060	
125	49	49	48	47	46	45	43	40	38	35	32	28	25	21	17	13	9	4	0	055	
130	46	46	45	44	43	42	40	38	35	33	30	26	23	19	16	12	8	4	0	050	
135	42	42	42	41	40	38	37	35	33	30	27	24	21	18	15	11	7	4	0	045	
140	39	38	38	37	36	35	33	32	30	27	25	22	19	16	13	10	7	3	0	040	
145	34	34	34	33	32	31	30	28	26	24	22	20	17	15	12	9	6	3	0	035	
150		+30	+30	+30	+29	+28	+27	+26	+25	+23	+21	+19	+17	+15	+13	+10	+8	+5	+3	030	
155	25	25	25	24	24	23	22	21	19	18	16	15	13	11	9	7	4	2	0	025	
160	21	20	20	20	19	19	18	17	16	15	13	12	10	9	7	5	4	2	0	020	
165	16	15	15	15	15	14	13	13	12	11	10	9	8	7	5	4	3	1	0	015	
170	10	10	10	10	10	9	9	9	8	7	7	6	5	4	4	3	2	1	0	010	
175	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+4	+4	+4	+3	+3	+3	+2	+2	+1	+1	+0	+0	005	
180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	000	
185		-5	-5	-5	-5	-5	-5	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-1	-1	-0	-0	355	
190	10	10	10	10	10	9	9	9	8	7	7	6	5	4	4	3	2	1	0	350	
195	15	15	15	15	15	14	13	13	12	11	10	9	8	7	5	4	3	1	0	345	
200	21	20	20	20	19	19	18	17	16	15	13	12	10	9	7	5	4	2	0	340	
205	25	25	25	24	24	23	22	21	19	18	16	15	13	11	9	7	4	2	0	335	
210	30	30	30	29	28	27	26	25	23	21	19	17	15	13	10	8	5	3	0	330	
215		-34	-34	-34	-33	-32	-31	-30	-28	-26	-24	-22	-20	-17	-15	-12	-9	-6	-3	325	
220	39	38	38	37	36	35	33	32	30	27	25	22	19	16	13	10	7	3	0	320	
225	42	42	42	41	40	38	37	35	33	30	27	24	21	18	15	11	7	4	0	315	
230	46	46	45	44	43	42	40	38	35	33	30	26	23	19	16	12	8	4	0	310	
235	49	49	48	47	46	45	43	40	38	35	32	28	25	21	17	13	9	4	0	305	
240	52	52	51	50	49	47	45	43	40	37	35	30	26	22	18	13	9	5	0	300	
245		-54	-54	-54	-53	-51	-49	-47	-45	-42	-38	-35	-31	-27	-23	-19	-14	-9	-5	295	
250	55	55	55	54	53	51	49	46	43	40	36	32	28	24	19	15	10	5	0	290	
255	58	58	57	56	54	53	50	47	44	41	37	33	29	24	20	15	10	5	0	285	
260	59	59	58	57	56	54	51	48	45	42	38	34	30	25	20	15	10	5	0	280	
265	60	60	59	58	56	54	52	49	46	42	38	34	30	25	20	15	10	5	0	275	
270	-60	-60	-59	-58	-56	-54	-52	-49	-46	-42	-38	-34	-30	-25	-21	-16	-10	-5	0	270	

Ilustración 6

Suma = C1 + C2

Intervalo: es el número de veces que han transcurrido 4 minutos, hasta o desde la observación de referencia para la que se va a obtener la posición. Si la observación es anterior a la de referencia +, si es posterior -

Con = Suma x Intervalo Este valor se añadirá algebraicamente a la Da inicialmente calculada.

Desde la situación asumida (Lat = 40° N Long = 22° - 02,0' W) se trazan los determinantes calculados.

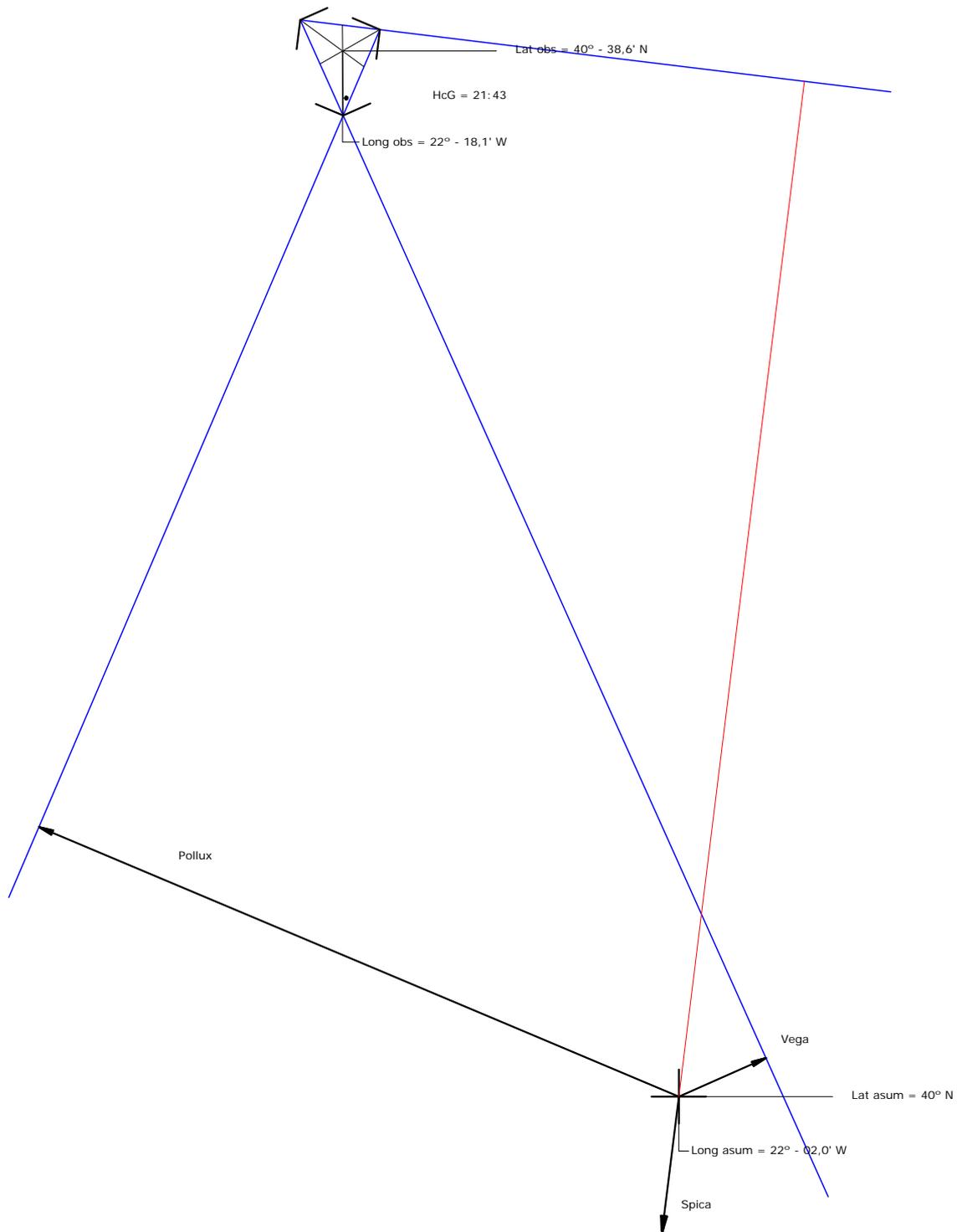


Ilustración 7

En este método se obtiene una situación con un error de 1,7' de arco en latitud y un error prácticamente despreciable en longitud (el punto en la parte inferior del triangulo es la situación real). El error en latitud es muy grande y se debe al intervalo de tiempo muy grande entre las primeras observaciones y la hora de referencia, que genera errores en la altura y en el azimut. También, aunque en este caso menor, existen errores debidos a la sustitución del circulo de altura por una recta, que para astros con mucha altura y grandes distancias entre la posición y el punto aproximado, generan errores de importancia, por ejemplo, para una altura de astro =  $77^{\circ}$  y  $40'$  de distancia entre el punto aproximado y la situación, existe un error de 1 milla, ver tabla nº 9.

Aclaración: Punto aproximado, es el punto que está separado del punto de estima a Da millas hacia o contra el astro ("to", "away") según Da sea positivo o negativo, respectivamente.

**TABLE OF OFFSETS**

*DISTANCE ALONG LINE OF POSITION FROM INTERCEPT*

	00'	05'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	
<i>ALT.</i>	<b>OFFSETS</b>										<i>ALT.</i>
0°	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0°
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	30
40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	40
50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	50
55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	0.4	55
60	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	60
62	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	62
64	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	64
66	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	66
68	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	68
70	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	70
71	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	0.9	71
72	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	0.9	72
73	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	73
74	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.5	0.6	0.8	1.0	74
75	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	75
76	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.4	0.5	0.7	0.9	1.2	76
77	0.0	0.0	0.1	0.1	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	1.3	77
78	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.1	1.4	78
79	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9	1.2	1.5	79
80.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.5	0.7	1.0	1.3	1.7	80.0
80.5	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.5	0.8	1.1	1.4	1.8	80.5
81.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.1	1.5	1.9	81.0
81.5	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.9	1.2	1.6	2.0	81.5
82.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.9	1.3	1.7	2.1	82.0
82.5	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	0.7	1.0	1.4	1.8	2.2	82.5
83.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	1.1	1.5	1.9	2.4	83.0
83.5	0.0	0.0	0.1	0.3	0.5	0.8	1.2	1.6	2.0	2.6	83.5
84.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.5	0.9	1.2	1.7	2.2	2.8	84.0
84.5	0.0	0.0	0.2	0.3	0.6	1.0	1.4	1.9	2.4	3.1	84.5
85.0	0.0	0.0	0.2	0.4	0.7	1.0	1.5	2.1	2.7	3.4	85.0
85.5	0.0	0.0	0.2	0.4	0.7	1.2	1.7	2.3	3.0	3.8	85.5
86.0	0.0	0.1	0.2	0.5	0.8	1.3	1.9	2.6	3.4	4.3	86.0
86.5	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.2	2.9	3.8	4.9	86.5
87.0	0.0	0.1	0.3	0.6	1.1	1.7	2.5	3.4	4.5	5.7	87.0
87.5	0.0	0.1	0.3	0.8	1.3	2.1	3.0	4.1	5.4	6.9	87.5
88.0	0.0	0.1	0.4	0.9	1.7	2.7	3.8	5.2	6.9	8.8	88.0
88.5	0.0	0.2	0.6	1.3	2.3	3.5	5.1	7.1	9.4	12.1	88.5
89.0	0.0	0.3	0.8	1.9	3.4	5.5	8.0	11.3	15.3	20.3	89.0

**Tabla 9**

Esta tabla se encuentra en la página XV del archivo "frontmatter.pdf" de la publicación "Sight Reduction Tables for Marine Navigation" <http://www.nga.mil/portal/site/maritime/>. El "offset" es siempre hacia el astro, pues se debe a la curvatura del círculo de altura.

Método D

Igual que el anterior, pero tomando una hora de referencia intermedia

$hGAries\ 21^h = 218^\circ - 15,2'$   
 $C^{on}\ por.\ 38^m\ 30^s = 9^\circ - 39,1'$  1 hora =>  $15^\circ - 02,5'$  (por ser Aries)  
 $hGAries = 227^\circ - 54,3'$   
 $L\ asumida = 21^\circ - 54,3'$  Para que dé el hl Aries entero (whole degree)  
 $hl\ Aries = 206^\circ$

Tabla 10

$av^* =$	$34^\circ - 16,3'$	$38^\circ - 05,4'$	$17^\circ - 34,5'$
$Ae^* =$	$35^\circ - 04,0'$	$38^\circ - 38,0'$	$17^\circ - 52,0'$
$Da =$	$47,7' -$	$32,6' -$	$17,5' -$
$Z^* =$	$066^\circ$	$186^\circ$	$292^\circ$

Tabla 11

Astro	Zn	Rs	Z rel	C1	C2	Suma	Interv	Con	Dao	Da
Vega	$066^\circ$	$310^\circ$	$116^\circ$	$0,6' -$	$42,0' +$	$41,4' +$	$4,5/4$	$46,6' +$	$47,7' -$	$1,1' -$
Spica	$186^\circ$	$310^\circ$	$236^\circ$	$0,8' -$	$5,0' -$	$5,8' -$	$1,5/4$	$2,2' -$	$32,6' -$	$34,8' -$
Pollux	$292^\circ$	$310^\circ$	$342^\circ$	$1,3' +$	$43,0' -$	$41,7' -$	$-4,5/4$	$46,9 +$	$17,5' -$	$29,4' +$

Tabla 12

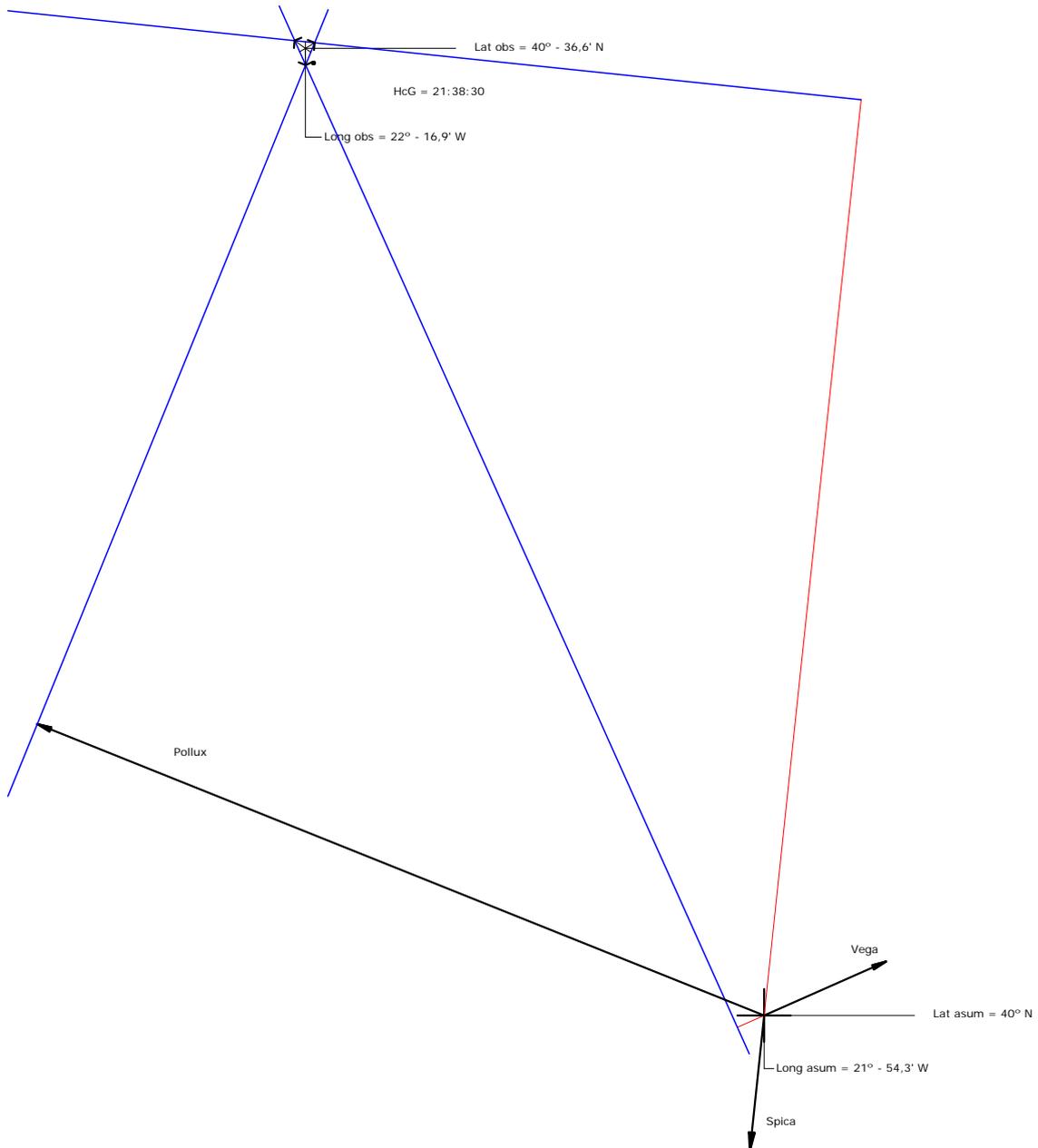


Ilustración 8

El punto en la parte inferior del triángulo es la posición real a esa hora. La precisión ha mejorado, pero el error es de 6 cables en latitud y 4 décimas de minuto en longitud, lo que equivale a 3 cables de distancia sobre el paralelo. Este error no puede ser imputado a la sustitución del círculo de altura por una recta, pues en el peor de los casos sería de 1 cable.

## Método E

Similar a los dos anteriores, pero usando tres longitudes asumidas distintas, una para cada observación.

	Vega	Spica	Pollux
hGAries =	226° - 46,6'	227° - 31,7'	229° - 02,0'
Long asum=	22° - 46,6'	22° - 31,7'	23° - 02,0'
hIAries =	204° - 00,0'	205° - 00,0'	206° - 00,0'
Lat asum =	40° - 00,0 N'	40° - 00,0 N'	40° - 00,0 N'
av* =	34° - 16,3'	38° - 05,4'	17° - 34,5'
a comp =	33° - 40,0'	38° - 42,0'	17° - 52,0'
Da =	36,3' +	36,6' -	17,5' -
Z* =	065°	185°	292°
Rs =	310°	310°	310°
Z* rel =	115°	235°	342°
cos Z* rel =	-0,422618	-0,573576	+0,951057
Dist nav =	3'	2'	0'
(C1) Inc Da =	1,3' -	1,1' -	0'
Da =	36,3' +	36,6' -	17,5' -
Da final =	35,0' +	37,7' -	17,5' -
Z* =	065°	184,5°	292°

Tabla 13

La introducción de tres longitudes asumidas distintas, complica un poco el dibujo, pero nos da la precisión necesaria, que puede ser comprobada en el resultado. La longitud asumida se determinada únicamente para que al restar al hGAries, dé un valor de hIAries a grado entero, pues este, es argumento de las tablas, lo mismo que la latitud asumida, también a grado entero.

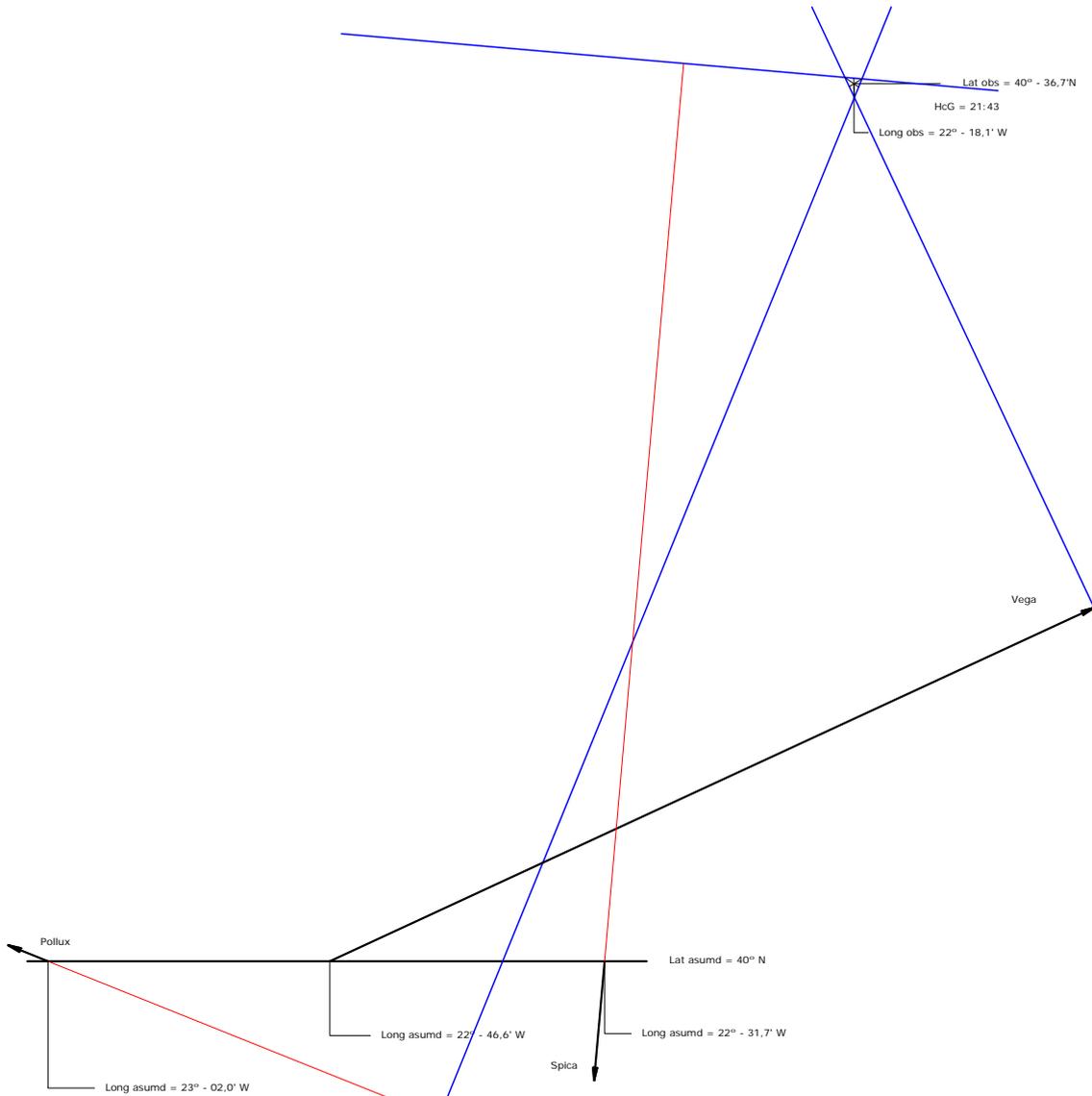


Ilustración 9

## Método F

Utilizando las Tablas Americanas (Marine Navigation), <http://www.nga.mil/portal/site/maritime/>, las utilizadas anteriormente eran las de Air Navigation.

Estas tablas son más complicadas, pero nos darán la precisión necesaria. Sustituyen a la calculadora y a las tablas náuticas, resolviendo el triángulo de posición y usando como argumentos, la latitud a grado entero (asumida), la declinación del astro y la longitud asumida (esta última para obtener un horario en el lugar del astro a grado entero).

	Vega	Spica	Pollux
hGAries =	226° - 46,6'	227° - 31,7'	229° - 02,0'
AS =	80° - 42,8'	158° - 37,7'	243° - 35,7'
hG* =	307° - 29,4'	26° 09,4'	112° 37,7'
L asumd =	22° - 29,4' W	22° - 09,4' W	22° - 37,7' W
hl* =	285°	004°	090°
dec * =	38° - 47,1' N	11° - 11,5' S	28° - 01,0' N
dec inc =	47,1'	11,5'	01,0'
Lat asumd =	40° N	40° N	40° N
a prox =	33° - 30,2' d = +27,3	38° - 51,9' d = -59,9	17° - 33,8' d = +35,6'
1ª Corr =	15,7' +	9,6' -	0,5'
2ª Corr =	5,8' +	1,9' -	0,1' +
3ª Corr =	0	0	0
a asumd =	33° - 51,7'	38° - 40,4'	17° - 34,4'
av* =	34° - 16,3'	38° - 05,4'	17° - 34,5'
a computada =	33° - 51,7'	38° - 40,4'	17° - 34,4'
Da =	24,6' +	35,0' -	0,1' +
Z* =	066°	185°	292°

Tabla 14

Como las tablas resuelven el triángulo de posición, se hace necesario que la latitud y el ángulo horario se reduzca a número entero y en el caso de la declinación, se obtendrán una serie de datos para proceder a interpolar. La interpolación tiene una parte lineal y otra cuadrática, que se explica a continuación.

dec inc: se trata de la parte de los minutos de la declinación del astro, que se usará para interpolar.

d: es la diferencia tabular en altura para un incremento de 1° en declinación. Cuando esté escrito en cursiva se tendrá que aplicar la interpolación cuadrática (3ª corrección).

Para simplificar el gráfico siguiente, en donde se va a determinar la situación observada, previamente corregiremos las diferencias de alturas por el traslado de las dos primeras al momento de la tercera.

Z* =	066°	185°	292°
Rs =	310°	310°	310°
M * =	116°	235°	342°
cos M =	-0,438371	-0,573576	0,951057
Dist nav =	3'	2'	0'
Corr Da =	1,3' -	1,1' -	0'
Da =	24,6' +	35,0' -	0,1' +
Da final =	23,3' +	36,1' -	0,1' +
Z* =	066°	185°	292°

Tabla 15

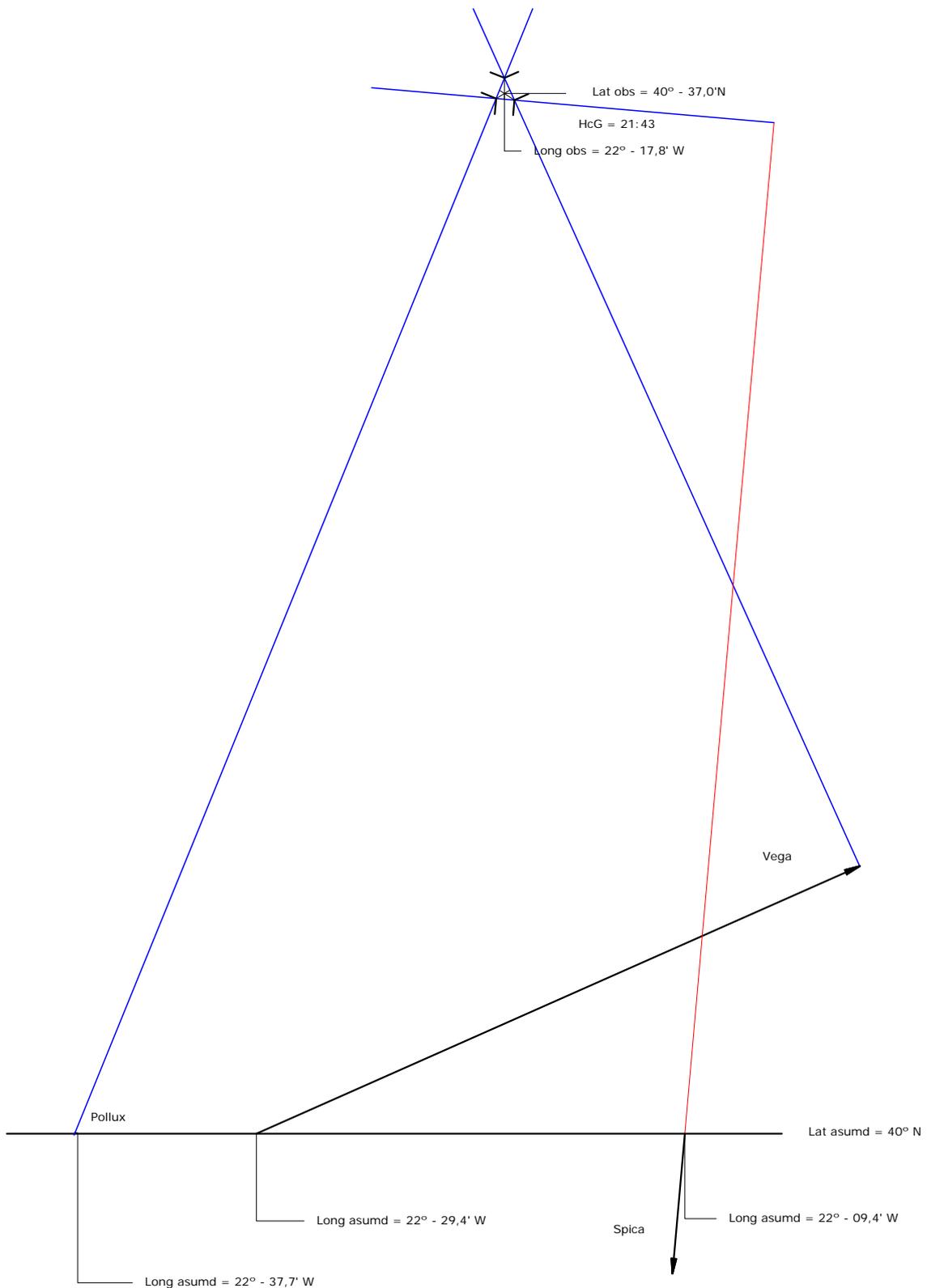


Ilustración 10

Aunque se ha simplificado el dibujo, pues se han trasladado las 2 primeras rectas de altura al momento de la tercera, existe una cierta complejidad debida a la existencia de tres longitudes asumidas distintas. Con este método se obtiene una precisión mayor que los anteriores con las Tablas de Navegación aérea.

## Comparación

Al principio de este archivo, se puede ver la posición real del buque, para la hora de inicio del ejercicio. Para las distintas horas, la posición real de barco será:

Hora	Latitud	Longitud
HcG = 21 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup> =	40° - 35,0' N	022° - 15,0' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> =	40° - 35,6' N	022° - 16,0' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> =	40° - 36,0' N	022° - 16,5' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> =	40° - 36,9' N	022° - 18,0' W

Los errores, sin tener en cuenta los signos, y redondeados a la décima de minuto, son los siguientes:

	Dif lat	Dif Long	Apartamiento	Distancia
Método A	0,0'	0,2'	0,2'	0,2'
Método B	0,0'	0,0'	0,0'	0,0'
Método C *	1,7'	0,1'	0,1'	1,7'
Método D	0,6'	0,4'	0,3'	0,7'
Método E	0,2'	0,1'	0,1'	0,2'
Método F	0,1'	0,2'	0,2'	0,2'

Si en el método C se corrige el acimut de Spica (-2,5°) se reduce el error en la situación a la mitad.

Las situaciones de estima eran las siguientes:

Hora	Latitud	Longitud
HcG = 21 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup> =	40° - 20,0' N	022° - 30,0' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> =	40° - 20,6' N	022° - 31,0' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> =	40° - 21,0' N	022° - 31,5' W
HcG = 21 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> =	40° - 21,9' N	022° - 33,0' W

## Métodos íntegramente analíticos

Existe la posibilidad de generar un algoritmo que calcule directamente una serie de parámetros que lleven a la situación observada, por intersección directa de círculos de altura.

Básicamente consiste en trabajar con los círculos máximos que pasan entre los puntos australes de los diferentes astros observados y con las distancias cenitales o complementos de las alturas observadas. Previamente a esto, será necesario trasladar las alturas al momento de una de ellas. Para simplificar esto, es más conveniente mover los puntos australes por rumbo y distancia navegada, de un modo análogo a lo visto en los métodos anteriores.