

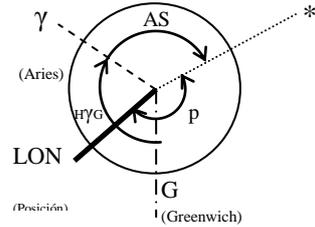
## Formulario ASTRONOMÍA

### Ángulo en el Polo

$$H^*G = H\gamma G + AS^*$$

$$P(H^*L) = H^*G \pm LON \quad (P < 180^\circ)$$

\*  $H\gamma G$  y  $AS$  son ángulos que siempre se dirigen al  $W$



### Determinantes ( $Z_v / \Delta a$ )

$$\Delta a = a_v - a_e$$

Correcciones:

$$a_{hobs} = 1,78 \sqrt{h_{obs}} \quad \text{Corrección por elevación del observador}$$

$$e_i \quad \text{Corrección por Error de índice}$$

$$cpr = \text{CoTg}(a_{aparente}) \quad \text{Corrección por refracción}$$

$a_{hobs}$  y  $cpr$  siempre son negativos.

Astros conocidos

$$\text{Sen } a_e = \text{Sen } \delta \text{ Sen } l_e + \text{Cos } \delta \text{ Cos } l_e \text{ Cos } p$$

$$\text{Cotg } Z_v = \left( \frac{\text{Tg } \delta}{\text{Sen } p} - \frac{\text{Tg } l_e}{\text{Tg } p} \right) \text{Cos } l_e$$

Astros desconocidos

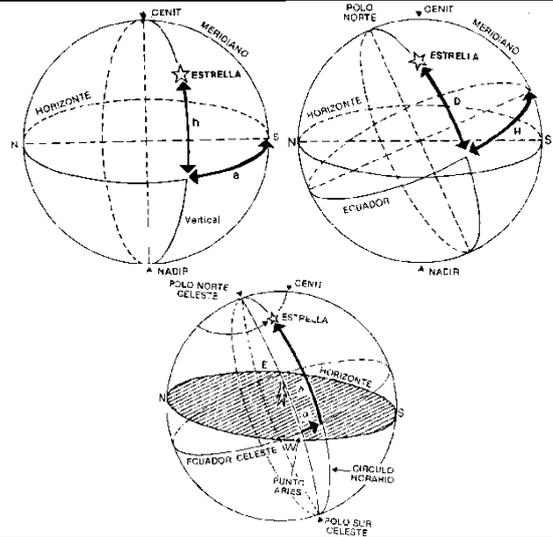
$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } a_v \text{ Sen } l_e + \text{Cos } a_v \text{ Cos } l_e \text{ Cos } Z_v$$

$$\text{Cotg } p = \left( \frac{\text{Tg } a_v}{\text{Sen } Z} - \frac{\text{Tg } l_e}{\text{Tg } Z} \right) \text{Cos } l_e$$

$l_e \rightarrow$  latitud estimada.

$\delta \rightarrow$  declinación.

$p \rightarrow$  ángulo en el polo = Horario del astro en el lugar ( $H^*L$ )



### Ortodrómica

Una línea **ortodrómica** (también llamada línea geodésica) es aquella que se traza siguiendo el arco de un círculo máximo y corta los meridianos con diferentes ángulos, excepto en el ecuador y en rumbos  $180^\circ$  y  $360^\circ$ . El círculo máximo que pasa entre 2 puntos de una esfera es la distancia mínima.

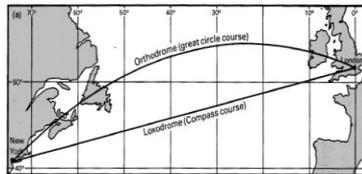
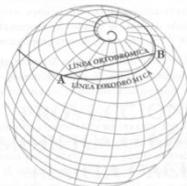
$$\text{Cos } DSTo = \text{Sen } l_n \text{ Sen } l_s + \text{Cos } l_n \text{ Cos } l_s \text{ Cos } \Delta LON$$

La  $DSTo$  está en grados para pasarla a millas se multiplica por 60.

$$\text{Cotg } Rio = \left( \frac{\text{Tg } l_n}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{\text{Tg } l_s}{\text{Tg } \Delta LON} \right) \text{Cos } l_s$$

Los Rumbos se expresan y se obtienen en cuadrantal, teniendo en cuenta:

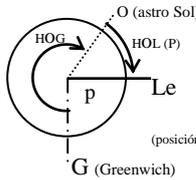
$lat N \rightarrow$  signo (+).  $S/N$  Rio  $E/W$  Rio  $< 0 \rightarrow$  Sur  
 $lat S \rightarrow$  signo (-) Rio  $> 0 \rightarrow$  Norte  
 $\Delta LON \leq 180^\circ$   $E/W$  se obtiene de la gráfica.



<http://www.rodamedia.com/navastro/online/javascrpts/ortodromica.htm>

### La Meridiana

Conocer la posición por el paso de un astro por nuestro meridiano.



$$I_h = \frac{HOL}{900 \pm \Delta LON'} = \frac{P \cdot 60}{(15^\circ \cdot 60) \pm \Delta LON}$$

$E (+) W (-)$

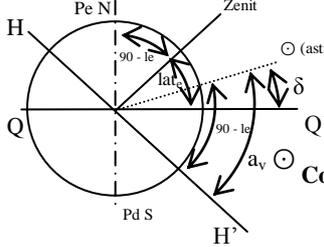
Para un intervalo horario de 1 h  $DST = Vb \cdot I = Vb$

$$\Delta lat = DST \text{ Cos } Rv; \quad lat_{med} = \Delta lat / 2$$

$$Apto = DST \text{ Sen } lat_{med}$$

$$\Delta LON = \frac{Apto}{\text{Cos } lat_{med}}$$

A partir de la  $a_v$  al astro y de la declinación del almanaque calculamos la latitud meridiana.



$$Lat_{mer} = 90^\circ - (a_v \pm \delta)$$

$$\text{Cotg } Z = \left( \frac{\text{Tg } \delta}{\text{Sen } p} - \frac{\text{Tg } l_e}{\text{Tg } p} \right) \text{Cos } l_e$$

### ORTO/OCASO

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } a_v \text{ Sen } l_e + \text{Cos } a_v \text{ Cos } l_e \text{ Cos } Z_v$$

En el orto y en el orto la  $a_v = 0^\circ$  por lo que:

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } 0^\circ \text{ Sen } l_e + \text{Cos } 0^\circ \text{ Cos } l_e \text{ Cos } Z_v$$

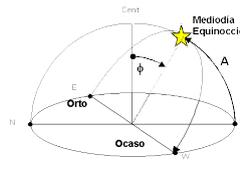
$$\text{Sen } \delta = \text{Cos } l_e \text{ Cos } Z_v$$

$$\text{Sen } a_e = \text{Sen } \delta \text{ Sen } l_e + \text{Cos } \delta \text{ Cos } l_e \text{ Cos } p$$

$$\text{Sen } 0^\circ = \text{Sen } \delta \text{ Sen } l_e + \text{Cos } \delta \text{ Cos } l_e \text{ Cos } p$$

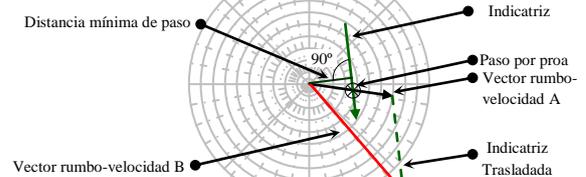
$$-\text{Sen } \delta \text{ Sen } l_e = \text{Cos } \delta \text{ Cos } l_e \text{ Cos } p$$

$$\text{Cos } p = -\text{Tg } \delta \cdot \text{Tg } l_e$$



### Cinemática

**Indicatriz del movimiento:** vector de velocidad y rumbo relativo de un buque en movimiento con referencia a nuestro buque. Los vectores rumbo-velocidad se representan con la misma referencia horaria (1 hora, 30 min...) para los cálculos.



**Navegación Ortodrómica**

**Problema O1**

En situación verdadera de latitud 30° 20' N y LON 014° 26' W, ponemos rumbo ortodrómico a un punto de situación verdadera en latitud 20° 14' S y LON 104° 36' W.

Calcular:

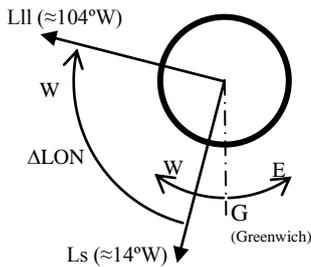
- Rumbo inicial ortodrómico.
- Distancia ortodrómica al punto de destino.

1.  $R_{oi} = ?$

$$\text{Cotg } R_i = \left( \frac{Tg \, l_{11}}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{Tg \, l_s}{Tg \, \Delta LON} \right) \text{Cos } l_s$$

$$\Delta LON = L_{11} - L_s = 104^\circ 36' - 014^\circ 26' = 90^\circ 10'$$

$$\frac{1}{Tg \, R_i} = \left( \frac{Tg \, 20^\circ 14'}{\text{Sen } 90^\circ 10'} - \frac{Tg \, 30^\circ 20'}{Tg \, 90^\circ 10'} \right) \text{Cos } 30^\circ 20' = 0.31960 \rightarrow R_i = \text{arcTg } \frac{1}{0.31960} = 72, 276^\circ \approx -72,3^\circ$$



Como el signo es + sabemos por convenio que es N para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación de Este a oeste es decir W.

$$\boxed{R_i = N 72, 3^\circ W = 287,7^\circ}$$

2.  $DSTo = ?$

$$\text{Cos } DSTo = \text{Sen } l_{11} \text{ Sen } l_s + \text{Cos } l_{11} \text{ Cos } l_s \text{ Cos } \Delta LON$$

$$DSTo = \text{arcCos } (\text{Sen } 20^\circ 14' \text{ Sen } 30^\circ 20' + \text{Cos } 20^\circ 14' \text{ Cos } 30^\circ 20' \text{ Cos } 90^\circ 10')$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

$$\boxed{DSTo = 80,07^\circ = 4.804,7 \text{ Mn}}$$

**Problema O2**

En situación verdadera de latitud 20° 30' S y LON 120° 40' E, ponemos rumbo ortodrómico a un punto de situación verdadera en latitud 10° 18' N y LON 133° 44' W.

Calcular:

- Rumbo inicial ortodrómico.
- Distancia ortodrómica al punto de destino.

1.  $R_{oi} = ?$

$$\text{Cotg } R_i = \left( \frac{Tg \, l_{11}}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{Tg \, l_s}{Tg \, \Delta LON} \right) \text{Cos } l_s$$

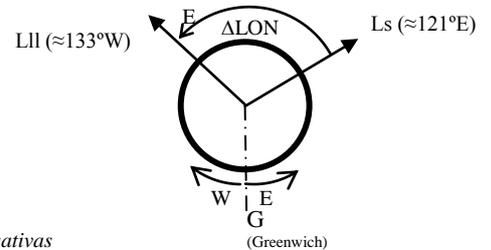
Recordemos que el  $\Delta LON$  no puede ser superior a 180°, y que las lat SUR son negativas

$$\Delta LON = L_s - L_{11} = 120^\circ 40' E - 133^\circ 44' W = 120^\circ 40' + 133^\circ 44' = 254^\circ 24';$$

$$\Delta LON = 360^\circ - 254^\circ 24' = 105^\circ 36'$$

$$\frac{1}{Tg \, R_i} = \left( \frac{Tg \, 10^\circ 18'}{\text{Sen } 105^\circ 36'} - \frac{Tg \, -20^\circ 30'}{Tg \, 105^\circ 36'} \right) \text{Cos } -20^\circ 30' = 0,078952 \rightarrow R_i = \text{arcTg } \frac{1}{0,078952} = 85,49^\circ \approx 85,5^\circ$$

Como el signo es + sabemos por convenio que es N para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación Este.



$$\boxed{R_i = N 85,5^\circ E = 85,5^\circ}$$

2.  $DSTo = ?$

$$\text{Cos } DSTo = \text{Sen } l_{11} \text{ Sen } l_s + \text{Cos } l_{11} \text{ Cos } l_s \text{ Cos } \Delta LON$$

$$DSTo = \text{arcCos } (\text{Sen } 10^\circ 18' \text{ Sen } -20^\circ 30' + \text{Cos } 10^\circ 18' \text{ Cos } -20^\circ 30' \text{ Cos } 105^\circ 36')$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

$$\boxed{DSTo = 108,09^\circ = 6.485,2' \text{ Mn}}$$

**Problema O3**

En situación verdadera de latitud 33°00' S y LON 074° 00' W, ponemos rumbo ortodrómico a un punto de situación verdadera en latitud 48° 20' S y LON 135° 30'E.

Calcular:

3. Rumbo inicial ortodrómico.
4. Distancia ortodrómica al punto de destino.

3. Roi = ?

$$\text{Cotg Ri} = \left( \frac{Tg l_{II}}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{Tg l_s}{Tg \Delta LON} \right) \text{Cos } l_s$$

Recordemos que el  $\Delta LON$  no puede ser superior a 180°, y que las lat SUR son negativas

$$\Delta LON' = L_s + L_{II} = 74^\circ 40' W + 135^\circ 30' E = 209^\circ 30'$$

$$\Delta LON = 360^\circ - 209^\circ 30' = 150^\circ 30'$$

$$\frac{1}{Tg Ri} = \left( \frac{Tg -48^\circ 20'}{\text{Sen } 150^\circ 30'} - \frac{Tg -33^\circ 00'}{Tg 150^\circ 30'} \right) \text{Cos } -33^\circ 00' = -2,813127 \rightarrow Ri = \text{arcTg} \frac{1}{-2,813127} = -19,569^\circ \approx -19,6^\circ$$

Como el signo es + sabemos por convenio que es N para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación Oeste.

$$\boxed{\text{Ri} = \text{S } 19,6^\circ \text{ W} = 199,6^\circ}$$

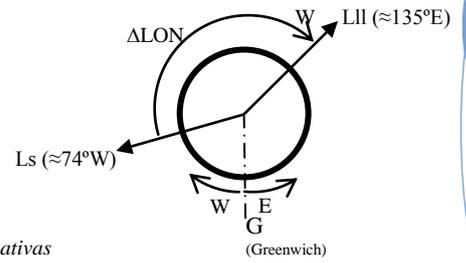
4. DSTo = ?

$$\text{Cos DSTo} = \text{Sen } l_{II} \text{ Sen } l_s + \text{Cos } l_{II} \text{ Cos } l_s \text{ Cos } \Delta LON$$

$$\text{DSTo} = \text{arcCos} (\text{Sen } -48^\circ 20' \text{ Sen } -33^\circ 00' + \text{Cos } -48^\circ 20' \text{ Cos } -33^\circ 00' \text{ Cos } 150^\circ 30')$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

$$\boxed{\text{DSTo} = 94,644^\circ = 5.678,6^\circ \text{ Mn}}$$



Francisco Javier González Martín

**Navegación Cinemática**

**Problema C1**

Navegamos a una velocidad de 16 nudos y al rumbo verdadero (Rv) = 110°, observamos un eco B en el radar con las siguientes características:

- HO 12h03m: Demora del eco B = 50° y distancia = 10 millas
- HO 12h09m: Demora del eco B = 60° y distancia = 9 millas

Calcular:

1. Rumbo y velocidad del buque B.
2. Distancia de paso.
3. Hora de paso por nuestra proa.

1. Trazamos la indicatriz del movimiento del buque B a partir de los ecos en diferentes tiempos y trazamos el rumbo de nuestro buque (A). Para trabajar con vectores horarios, calculamos la longitud del vector indicatriz para que sea de 60 minutos, es decir, del eco 1 al eco 2 pasan 6 minutos por lo que la distancia entre los ecos la multiplicaremos por 10 (6m · 10 = 60m). Traspasamos el vector de la indicatriz del buque B al final del vector de nuestro rumbo-velocidad. Desde el centro de la rosa de maniobras trazamos un vector hasta el final del vector indicatriz que hemos trasladado. Este vector resultante (suma del vector rumbo-velocidad de A y indicatriz de B) es el rumbo-velocidad de B.

$$\boxed{R_B = 147^\circ \quad V_B = 30'}$$

2. La distancia de paso mínima se calcula haciendo una perpendicular a la indicatriz de B que pase por el centro de la rosa de maniobras, la longitud de esta recta será la distancia mínima de paso.

$$\boxed{DST \text{ mínima} = 8'}$$

3. El punto de corte entre la indicatriz y nuestro rumbo nos dará el punto de paso por proa. Calculamos la longitud desde el primer eco a este punto de paso por proa. Esta distancia la dividimos por la distancia de los ecos 1 y 2 y lo multiplicamos por el tiempo pasado desde el eco 1 al eco 2.

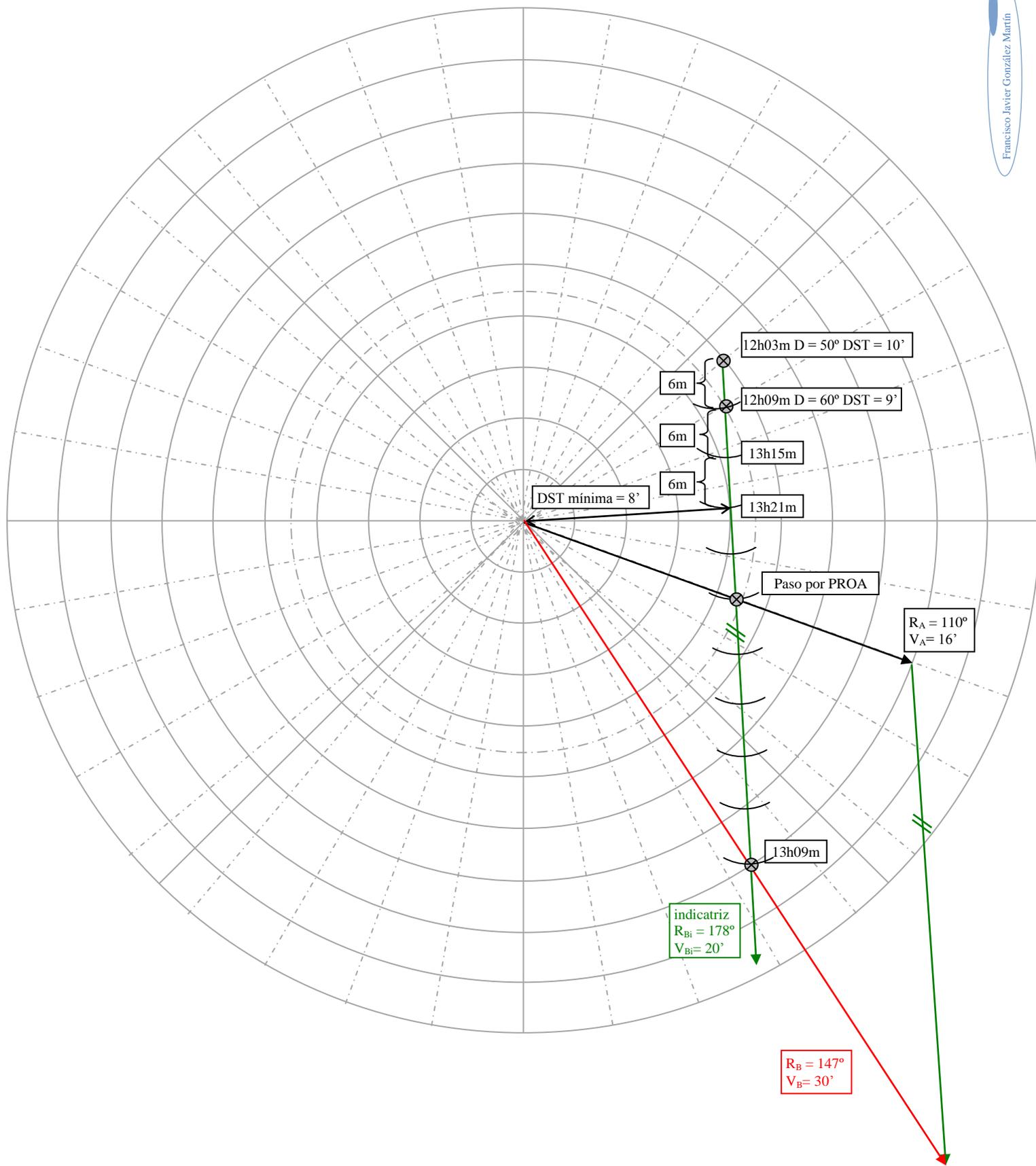
$$6' \cdot 5 = 30'$$

$$H_{\text{paso proa}} = H_{\text{inicio}} + 30' = 12h03m + 30m = 12h33m$$

$$\boxed{HO \text{ de paso por PROA: } 12h33m}$$

Rosa Maniobra

Francisco Javier González Martín



**Problema C2**

Navegamos a una velocidad de 15 nudos y al rumbo verdadero (Rv) = 220°, observamos un eco B en el radar con las siguientes características:

- T1: HO 03h00m: Demora del eco B = 270° y distancia = 9 millas
- T2: HO 03h03m: Demora del eco B = 270° y distancia = 8 millas
- T3: HO 03h06m: Demora del eco B = 270° y distancia = 7 millas

Calcular:

1. Rumbo y velocidad del buque B.
2. ¿Quién debería maniobrar?.
4. Hora de Colisión.
5. Si a las (T4) HO 03h09m el piloto enmienda el rumbo a estribor y decide pasar a 3' del buque B, ¿Qué rumbo debe tomar?

1. Trazamos la indicatriz del movimiento del buque B a partir de los ecos en diferentes tiempos y trazamos el rumbo de nuestro buque (A). Para trabajar con vectores horarios, calculamos la longitud del vector indicatriz para que sea de 60 minutos, es decir, del eco 1 al eco 2 pasan 3 minutos por lo que la distancia entre los ecos la multiplicaremos por 20 (3m · 20 = 60m). Traspasamos el vector de la indicatriz del buque B al final del vector de nuestro rumbo-velocidad. Desde el centro de la rosa de maniobras trazamos un vector hasta el final del vector indicatriz que hemos trasladado. Este vector resultante (suma del vector rumbo-velocidad de A y indicatriz de B) es el rumbo-velocidad de B.

$$\boxed{R_B = 138^\circ \quad V_B = 15,4'}$$

2. Nuestro rumbo es 220° y el rumbo del buque B es 138°. El buque B queda a nuestro estribor por lo que **deberemos maniobrar nosotros**.
3. Hora de colisión. Tomamos la distancia del primer eco hasta el centro de la rosa de maniobra. Esta distancia la dividimos por la distancia del eco 1 al eco 2 y la multiplicamos por la diferencia de horas del eco 1 al eco 2.

$$9 \cdot 3' = 27'$$

$$H_{\text{colisión}} = H_{\text{inicio}} + 27' = 03h00m + 27m = 03h27m$$

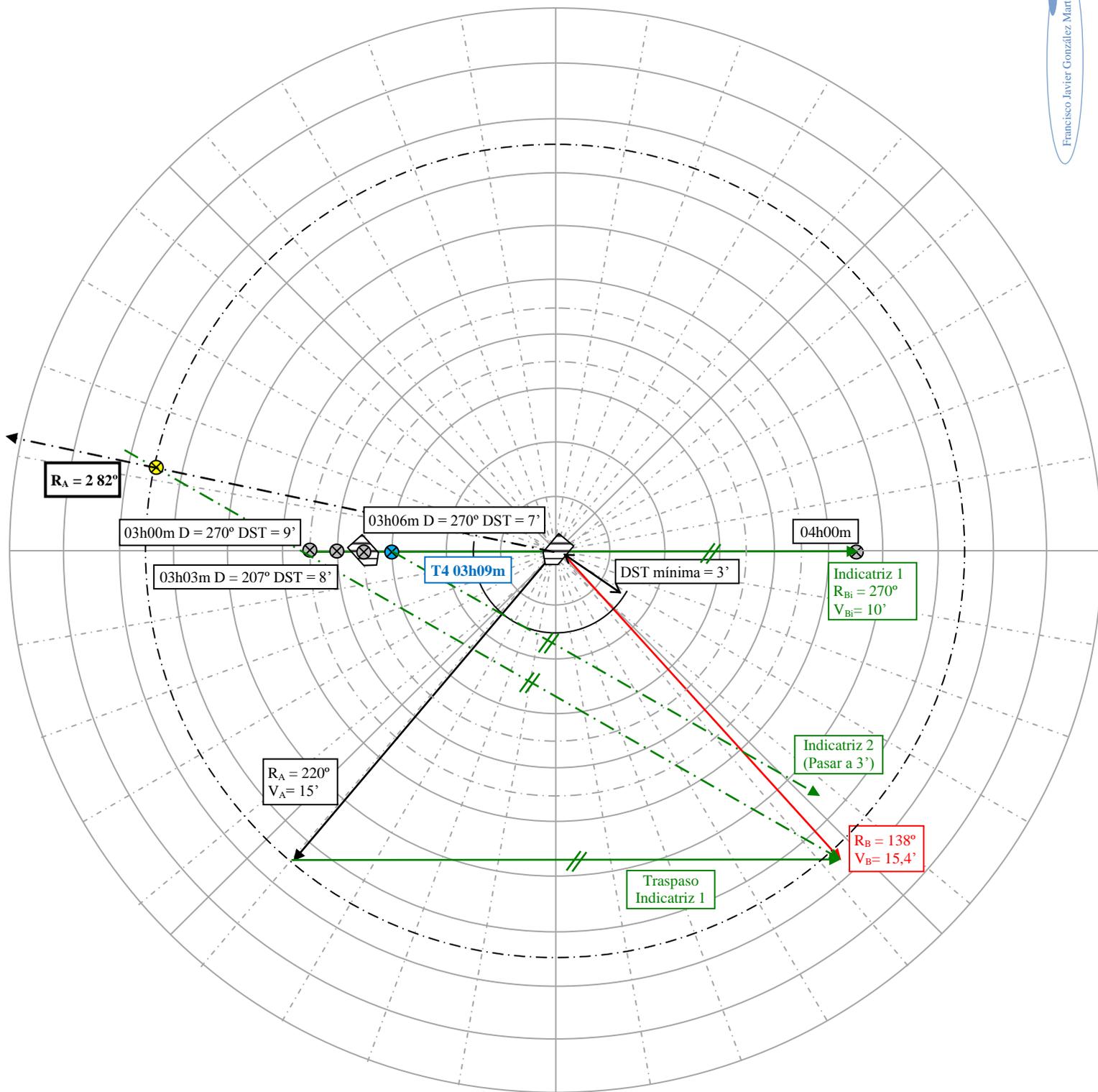
$$\boxed{\text{HO de Colisión: 03h27m}}$$

4. Según la indicatriz 1 a las HO 03h09m el buque B estará a 6 millas de nosotros. Desde este punto trazamos una recta tangente a un círculo de radio 3' con centro en el centro de la rosa de maniobra. Esta nueva recta será la nueva indicatriz 2 del buque B para que pase a 3' de nosotros. Trasladaremos esta nueva indicatriz al punto final del vector indicatriz 1 y la prolongaremos hasta la circunferencia de 15' (ya que no modificamos la velocidad de nuestro buque) y desde el punto donde corte trazaremos una recta hasta el centro de la rosa de maniobras, siendo esta última el rumbo para pasar a 3 millas del buque B.

$$\boxed{R_A' = 282^\circ}$$

Rosa Maniobra

Francisco Javier González Martín



## Examen Cálculos de Navegación para CY – 20/04/2007

El 20 de abril de 2007 a la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 00<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup>, en situación estimada  $le = 20^{\circ} 49,7' N$  y  $Le = 064^{\circ} 46,2' E$ , observamos:

- Altura instrumental de la estrella Deneb ( $ai^*$ ) =  $56^{\circ} 37,2'$  y  $Za^* = 032,6^{\circ}$ .

Se cierra en niebla, y navegamos a una velocidad de 18 nudos al  $Ra = 336^{\circ}$ . A la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> observamos:

- Altura instrumental de la estrella Altair ( $ai^*$ ) =  $73^{\circ} 43,4'$  y  $Za^* = 131,5^{\circ}$ .

Elevación del observador ( $eo$ ) = 2,4 metros

Error de índice ( $ei$ ) = - 3'

Dm (declinación magnética) = 3° NE

D (desvío) = +1°

Continuamos navegando y en el momento de la salida del Sol nos encontramos en situación  $lv=21^{\circ}00,8'N$  y  $Lv = 64^{\circ} 44,2'E$ , variando el rumbo hasta marcar el sol a  $180^{\circ}$ , navegando a este rumbo a 18 nudos durante 2 horas.

En situación verdadera  $lv = 20^{\circ} 53' N$  y  $Lv = 064^{\circ} 44,2 E$ , ponemos rumbo ortodrómico a un punto de situación verdadera  $lv = 12^{\circ} 54,1' N$  y  $Lv = 51^{\circ} 15,1' E$

Hallar:

1. El determinante ( $Za$  y  $\Delta a$ ) de Deneb a HTU = 00<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del día 20 de abril de 2007.
2. Situación del punto aproximado de la recta de altura de Deneb.
3. Situación del traslado del punto aproximado de la recta de altura de Deneb al momento de la observación de Altair o bien situación estimada trasladada al momento de observación de Altair.
4. El determinante ( $Za$  y  $\Delta a$ ) de Altair a HTU = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del día 20 de abril de 2007.
5. Situación verdadera a la (HTU) = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del día 20 de Abril de 2007.
6. Hora de Tiempo Universal (HTU) de salida del Sol.
7. Rumbo verdadero ( $Rv$ ) después de la salida del Sol.
8. Situación estimada dos horas después de la salida del sol.
9. Rumbo ortodrómico.
10. Distancia ortodrómica.

Datos:

$Sit_e = Lat 20^{\circ}49,7' N LON 064^{\circ}46,2' E$

$Altura\ obs = 2,4\ m \rightarrow a_{obs} = -1,78 \sqrt{h_{obs}} = 1,78 \sqrt{2,4} = 2,757 \approx -2,8'$

$ei = -3,0'$

$Dm = +3^{\circ} NE$

$\Delta = +1^{\circ}$

1. Determinante para DENEb a HTU = 00<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del día 20 de abril de 2007

$ai^* DENEb =$	$56^{\circ} 37,20'$	$Za^* DENEb =$	$032,6^{\circ}$
$ei =$	$-3,00'$	$dm =$	$+ 3,0^{\circ} NE$
$a_{obs} =$	$-2,80'$	$\Delta =$	$+ 1,0^{\circ} NE$
$a_{aparente} =$	$56^{\circ} 31,40'$	$Zv^* DENEb =$	$036,6^{\circ}$
$cpr =$	$-0,70'$		
$av DENEb =$	$56^{\circ}30,70'$		

Por tablas hallamos  $\delta^* DENEb = +45^{\circ}18'$ ;  $AS^* DENEb = 49^{\circ}35'$ ;  $H\gamma G = 207^{\circ}42,3' + 10^{\circ}01,6' = 217^{\circ}43,9'$

$H^*G = H\gamma G + AS = 217^{\circ}43,9' + 49^{\circ}35' = 267^{\circ}18,9'$

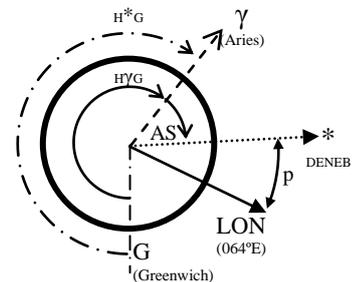
Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:

$P(H^*L) = (360^{\circ} - H^*G) - LON = (360^{\circ} - 267^{\circ}18,9') - 64^{\circ}46,2'E \rightarrow P_E = 27^{\circ}54,9'$

$Sen\ ae = Sen\ \delta\ Sen\ le + Cos\ \delta\ Cos\ le\ Cos\ p = Sen\ 45^{\circ}18' Sen\ 20^{\circ}49,7' + Cos\ 45^{\circ}18' Cos\ 20^{\circ}49,7' Cos\ 27^{\circ}54,9'$

$Sen\ ae = 0,833669 \rightarrow ae = arcSen\ 0,833669 = 56^{\circ}28,66'$

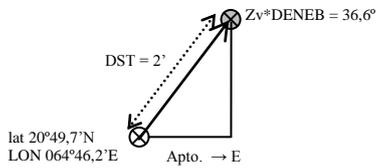
$$\Delta a = 56^{\circ}30,70' - 56^{\circ}28,66' \approx + 2' \quad Zv^* DENEb = 36,6^{\circ}$$



2. Para DENE: Según la gráfica cogiendo como punto central la posición estimada del enunciado (lat 20°49,7' LON 064°46,2'E) trazamos el azimut verdadero (36,6°) a DENE y donde corta la recta de alturas (+2') nos dará el punto aproximado:

a HTU 00h40' del 20.04.2007 **lat 20°51,3'N LON 064°47,5'E**

También se puede calcular por estima:



$$Rv = 36,6^\circ$$

$$\Delta lat = DST \cos Rv = 2 \cos 36,6^\circ = 1,6056'$$

$$lat_{med} = lat_{inicial} + \frac{\Delta lat}{2} = 20^\circ 49,7' + \frac{1,6056'}{2} = 20^\circ 50,5' N$$

$$Apto = DST \sin Rv = 2 \sin 36,6^\circ = 1,1924' E$$

$$\Delta LON = \frac{Apto}{\cos lat_{med}} = \frac{1,1924}{\cos 20^\circ 50,5'} = 1,2759' E$$

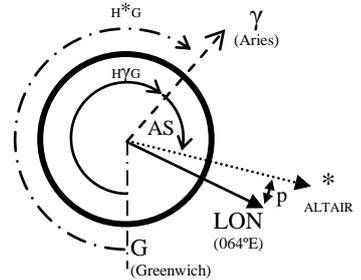
$$lat_{estimada} = lat_{inicial} + \Delta lat = 20^\circ 49,7' + 1,6' = 20^\circ 51,3' N$$

$$LON_{estimada} = LON_{inicial} + \Delta LON = 64^\circ 46,2' E + 1,3' E = 64^\circ 47,5' E$$

3. Situación Traslado

ai * ALTAIR =	73° 43,40'	Za * ALTAIR =	131,5°
ei =	-3,00'	dm =	+ 3,0° NE
aobs =	-2,80'	$\Delta =$	+ 1,0° NE
aaparente =	73° 37,60'	Zv * ALTAIR =	135,5°
cpr =	-0,30'		
av ALTAIR =	73°37,30'		

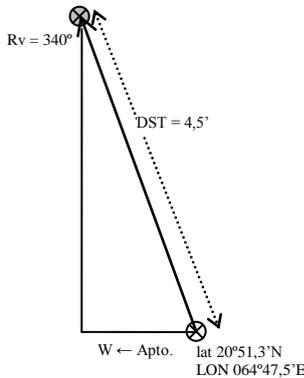
CoTg(aaparente)



En la gráfica de la carta, desde el punto lat 20°51,3' LON 064°47,5' trazamos un rumbo de Rv = Ra + Ct (336 + 4 = 340°) y con el compás marcamos una circunferencia de distancia (DST = Vb · t = 18 · 0,25h = 4,5') y donde nos corte hallaremos la situación de traslado en el momento de observar Altair.

**lat 20°55,5'N LON 064°45,8'E**

También podemos calcularlo por estimas:



$$Ra = 336^\circ; Vb = 18';$$

$$t = 00^h 55^m 00^s - 00^h 40^m 00^s = 15^m = 0,25h$$

$$Rv = Ra + Ct = 336^\circ + 4^\circ = 340^\circ$$

$$\Delta lat = DST \cos Rv = (18 \cdot 0,25) \cos 340^\circ = 4,2286'$$

$$lat_{med} = lat_{inicial} + \frac{\Delta lat}{2} = 20^\circ 51,3' + \frac{4,2286'}{2} = 20^\circ 53,41' N$$

$$Apto = DST \sin Rv = (18 \cdot 0,25) \sin 340^\circ = -1,5390' W$$

$$\Delta LON = \frac{Apto}{\cos lat_{med}} = \frac{-1,5390}{\cos 20^\circ 53,41'} = -1,6473' W$$

$$lat_{estimada} = lat_{inicial} + \Delta lat = 20^\circ 51,3' + 4,2286' = 20^\circ 55,5' N$$

$$LON_{estimada} = LON_{inicial} + \Delta LON = 64^\circ 47,5' E - 1,6473' W = 64^\circ 45,8' E$$

4. Determinante para Altair a HTU = 00h 55m 00s del día 20 de abril de 2007

Por tablas hallamos  $\delta * ALTAIR = +8^\circ 52,9'$ ;  $AS * ALTAIR = 62^\circ 13'$ ;  $H\gamma G = 207^\circ 42,3' + 13^\circ 47,3' = 220^\circ 89,6' = 221^\circ 29,6'$

$H^*G = H\gamma G + AS = 221^\circ 29,6' + 62^\circ 13' = 283^\circ 42,6'$

Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:

$P(H^*L) = (360^\circ - H^*G) - LON = (360^\circ - 283^\circ 42,6') - 64^\circ 45,8' E \rightarrow P_E = 11^\circ 31,6'$

$\text{Sen } ae = \text{Sen } \delta \text{ Sen } le + \text{Cos } \delta \text{ Cos } le \text{ Cos } p = \text{Sen } 8^\circ 52,9' \text{ Sen } 20^\circ 55,5' + \text{Cos } 8^\circ 52,9' \text{ Cos } 20^\circ 49,7' \text{ Cos } 11^\circ 31,6'$

$\text{Sen } ae = 0,959377 \rightarrow ae = \text{arcSen } 0,959377 = 73^\circ 36,77' \approx 73^\circ 36,8'$

**$\Delta a = 73^\circ 37,30' - 73^\circ 36,8' \approx +0,5'$**      **$Zv * DENE = 135,5^\circ$**

5. Situación verdadera a HTU 00h55'00" del día 20.4 de 2007.

En la carta desde la situación a las HTU 00h44'00" trazamos una paralela a la recta de altura de DENE y el punto donde se corte con la recta de altura a la estrella ALTIMIR se hallará la posición real a las 00h55'00":

**lat 20°55,2'N LON 064°46,4'E**

Francisco Javier González Martín

6. HTU Salida Sol día 20/04/2007 a latitud de 21°00,8' LON 64° 44,2' E

Según el almanaque:

19/04/2007 lat 20 N 05h39m  
 21/04/2007 lat 20 N 03h38m → interpolando 20/04/2007 lat 20N = 05h38,5m  
 19/04/2007 lat 30 N 05h29m  
 21/04/2007 lat 30 N 05h27m → interpolando 20/04/2007 lat 30N = 05h28m

$$600' (10^\circ) \rightarrow 10,5m (05h28,5m - 05h07,5m)$$

$$1^\circ,8' (60,8') \rightarrow X \quad X = \frac{60,8 \cdot 10,5}{600} = 1,064m$$

Hora de salida del Sol en lat.:

HCL = Salida Sol = 05h38,5m - 1,064m = 05h37,436m = 5,6239h

HTU = HCG = HCL ± LON' E (-)/W(+)

LON' =  $\frac{LONe}{15^\circ} = \frac{64^\circ 44,2'}{15^\circ} = 4,3157 \text{ h}$

Longitud E (-)

**HTU = 5,6239 - 4,3157 = 1,3082h = 1h18m29,64s**

7. Rv después ORTO; M<sub>☉</sub> = 180°

Hallaremos el Azimut del Sol en el momento de la salida, según el almanaque:

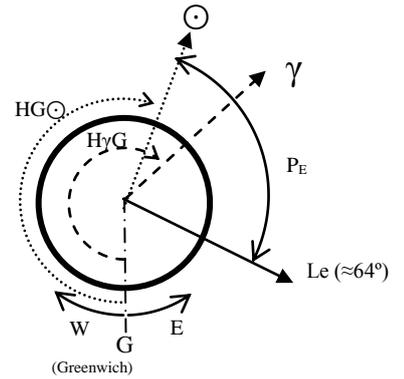
		Correcciones de 18'30''	
20.04.2007 1h00m	δ☉ = 11° 19,7'	+	0,3' = 11° 20,0'
	HG☉ = 195° 13,7'	+	4° 37,5' = 199° 51,2'
	HγG = 22° 44,7'	+	4° 38,3' = 227° 23,0'

P<sub>E</sub> = H☉L = (360° - HG☉) - Le = (360° - 199° 51,2') - 64° 44,2' = 95° 24,6'

Cotg Zv =  $\left(\frac{Tg \delta}{Sen p} - \frac{Tg le}{Tg p}\right) Cos le$ ; Cotg Zv =  $\left(\frac{Tg 11^\circ 20'}{Sen 95^\circ 24,6'} - \frac{Tg 21^\circ 00,8'}{Tg 95^\circ 24,6'}\right) Cos 21^\circ 00,8'$

Cotg Zv = 0,215031 → Zv = arcTg  $\left(\frac{1}{0,215031}\right) = +77,8643$ ; Zv = N 77,9° E = 77,9°

**Rv = Zv + M<sub>☉</sub> = 77,9° + 180° = 257,9° (S 77,9° W)**



8. Situación a las 2h del ORTO; Situación salida: latitud de 21°00,8' N LON 64° 44,2' E

Datos: Rv = 257,9°; Vb = 18'; t = 2h

DST = Vb · t = 18 · 2 = 36'

Δ lat = DST Cos Rv = (18 · 2) Cos 257,9° = - 7,546268' ≈ - 7,5'S

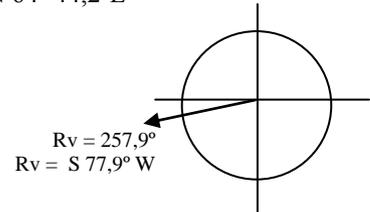
lat<sub>med</sub> = lat<sub>inicial</sub> +  $\frac{\Delta lat}{2} = 21^\circ 00,8' - \frac{7,5'}{2} = 20^\circ 57,05' \text{ N}$

Apto = DST Sen Rv = (18 · 2) Sen 257,9° = - 35,16 W

ΔLON =  $\frac{Apto}{Cos lat_{med}} = \frac{-35,16}{Cos 20^\circ 57,05'} = - 37,6490 \text{ W}$

lat<sub>estimada</sub> = lat<sub>inicial</sub> + Δ lat = 21° 00,8' - 7,5' = 20° 53,3' N

LON<sub>estimada</sub> = LON<sub>inicial</sub> + ΔLON = 64° 44,2' E - 37,6490' W = 64° 06,55' E



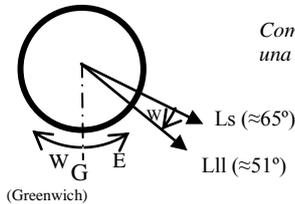
9. Roi = ?

Cotg Ri =  $\left(\frac{Tg l_{II}}{Sen \Delta LON} - \frac{Tg l_s}{Tg \Delta LON}\right) Cos l_s$

ΔLON = Ls - L<sub>II</sub> = 064° 06,8' - 051° 15,1' = 12° 51,7'

$\frac{1}{Tg Ri} = \left(\frac{Tg 12^\circ 54,1'}{Sen 12^\circ 51,7'} - \frac{Tg 20^\circ 53'}{Tg 12^\circ 51,7'}\right) Cos 20^\circ 53' = - 0,599775 \rightarrow Ri = arcTg \frac{1}{-0,599775} = -59,0456 \approx -59^\circ 2,74'$

Como el signo es - sabemos por convenio que es S para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación de Este a oeste es decir W.



**Rio = S 59° W = 180° + 59° = 239°**

10. DSTo = ?

Cos DSTo = Sen l<sub>II</sub> Sen l<sub>s</sub> + Cos l<sub>II</sub> Cos l<sub>s</sub> Cos ΔLON

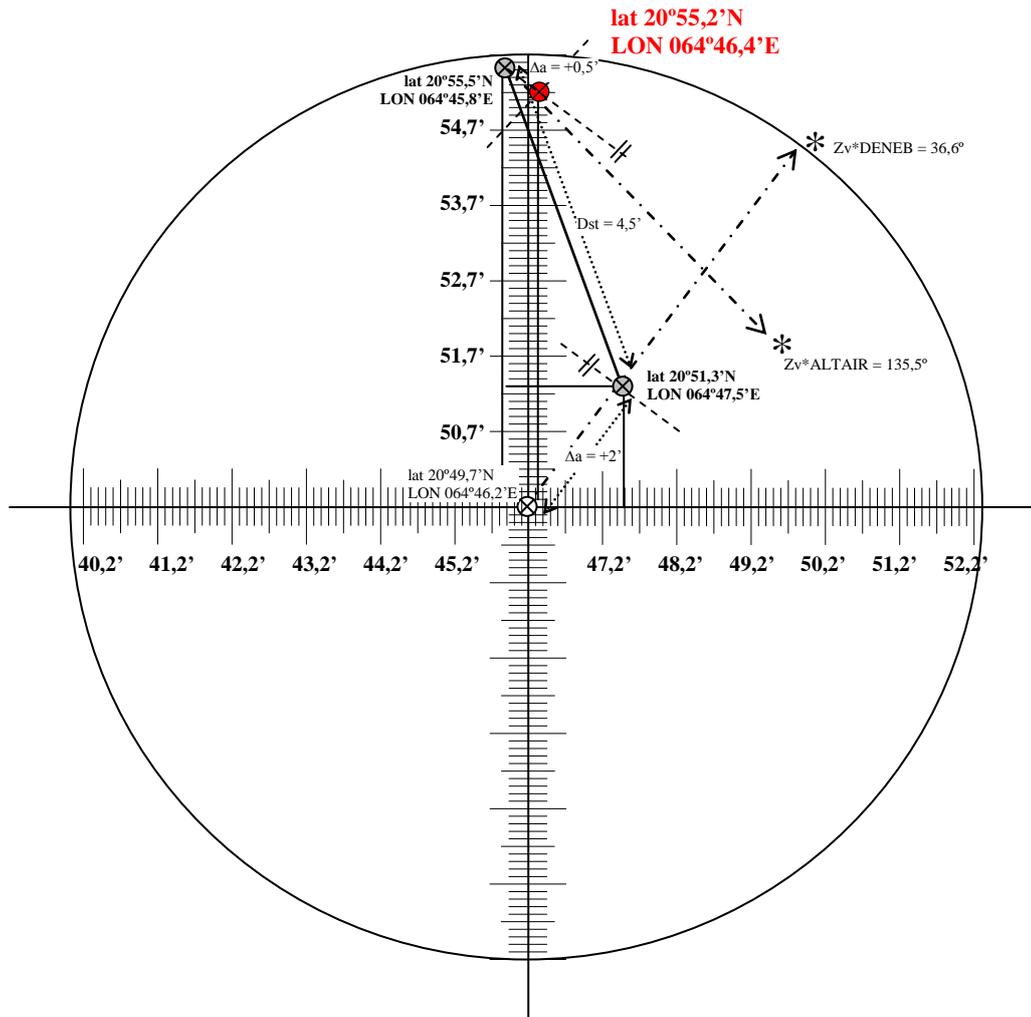
DSTo = arcCos (Sen 12° 54,1' Sen 20° 53' + Cos 12° 54,1' Cos 20° 53' Cos 12° 51,7')

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

**DSTo = 14,6558° = 879,35'**

Representación gráfica

$\text{Cos } 20^{\circ} 49,7' = 0,9346$



## Examen Cálculos de Navegación para CY – 21/04/2007

El 21 de abril de 2007 a la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup>, en situación estimada le = 21° 5,6' N y Le = 064° 40,3' E, observamos:

- Altura instrumental de la estrella Polar (ai ✕) = 21° 1,2' y Za ✕ = 355,7°.
- Altura instrumental de un astro desconocido (ai \*?) = 33° 58,1' y Za \*? = 080,4°.

Elevación del observador (eo) = 2,4 metros.

Error de índice (ei) = - 3'

Continuamos navegando y a Hora de Tiempo Universal (HTU) 04<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> nos encontramos en una situación estimada le = 21° 29,1' N y Le 064°31,4' E observamos la altura instrumental del Sol (ai<sub>Q</sub>)=45°39,7'. Navegamos rumbo verdadero (Rv) = 360° a una velocidad de 5' nudos hasta la hora de paso del Sol por el meridiano superior del lugar, momento en que observamos la altura instrumental del Sol (ai<sub>Q</sub>)= 79° 45,9'.

En el radar observamos un barco B, en la demora 270° y a una distancia de 18'. Este barco B, navega al rumbo verdadero 210° y una velocidad de 10' nudos. Nosotros navegamos a 15' nudos.

Hallar:

1. Latitud observada por la Polar.
2. Corrección total por la Polar.
3. Ángulo Sidéreo (AS) y declinación (d) del astro desconocido antes del reconocimiento.
4. Nombre del astro desconocido.
5. Longitud verdadera a la hora de Tiempo Universal (HTU) = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del 21 de abril de 2007.
6. El determinarte (Zv y Δa) del Sol a la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 04<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del 21 de abril de 2007.
7. Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.
8. Situación verdadera a la Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.
9. Rumbo verdadero que hemos de poner para dar alcance al barco B.
10. Intervalo de tiempo que tardaremos en dar alcance al barco B.

Datos:

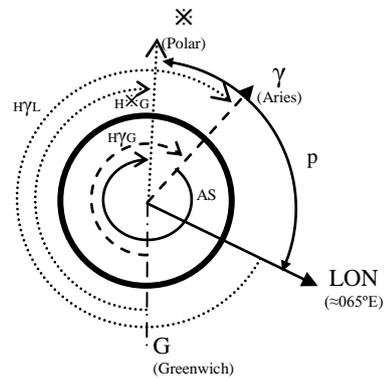
Sit<sub>e</sub> = Lat 21°05,6' N LON 064°40,3' E

Altura obs = 2,4 m → a<sub>obs</sub> = - 1,78 √h<sub>obs</sub> = 1,78 √2,4 = 2,757 ≈ -2,8'

ei = -3,0°

1. Latitud observada por la polar:

ai ✕ =	21°01,20'	
ei =	-3,00'	
a <sub>obs</sub> =	-2,80'	
a <sub>aparente</sub> =	20°55,40'	
cpr =	-2,50'	CoTg(a <sub>aparente</sub> )
av + ≈	20°52,90'	
Tbl. I =	+ 16,40'	(pág.382 Interpolando)
Tbl. II =	- 0,10'	(pág.384)
Tbl. III =	- 0,30'	
<b>lat<sub>obs ✕</sub> =</b>	<b>21°08,90'</b>	



Por tablas hallamos 21/04/2007: δ<sub>✕</sub> = +89°17,9'; AS<sub>✕</sub> = 320°28,7'; HγG = 208° 41,4' + 13°47,3' = 222°28,7'

H✕G = HγG + AS = 222°28,7' + 320°28,7' = 542°57,4' - 360° = 182°57,4'

Para calcular el ángulo en el polo y el horario local de Aries nos ayudamos del gráfico:

P = (H✕L) = (360° - 182° 57,4') - 64° 40,3' → P<sub>E</sub> = 112°22,3'

El horario local de Aries (HγL) nos ayudará a encontrar las correcciones de las tablas I, II y III

**HγL = HγG + Le = 222°28,7' + 64°40,3' = 287°09,0'**

2. Corrección total por la polar:

Calcularemos el Azimut verdadero a partir de la corrección del azimut de la polar que depende de  $H\gamma L$  y la latitud estimada (pág.385):

$$Zv_+ = 360^\circ + Crr = 360^\circ + 0,7^\circ = 360,7^\circ$$

$$Zv = Za + Ct \rightarrow Ct = Zv - Za = 360,7^\circ - 355,7^\circ = 5^\circ$$

**Ct = 5°**

3. Ángulo sidéreo (AS) y declinación del astro desconocido antes del reconocimiento:

ai *? =	33° 58,10'	
ei =	-3,00'	
aobs =	-2,80'	
aaparente =	33°52,30'	
cpr =	-1,48'	CoTg(aaparente)
av *? ≈	33°50,82'	

$$Zv = Za + Ct = 080,4^\circ + 5^\circ = 085,4^\circ$$

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } av \text{ Sen } lv + \text{Cos } av \text{ Cos } lv \text{ Cos } Zv = \text{Sen } 33^\circ50,82' \text{ Sen } 21^\circ5,6' + \text{Cos } 33^\circ50,82' \text{ Cos } 21^\circ5,6' \text{ Cos } 84,3^\circ$$

$$\text{Sen } \delta = 0,262587 \rightarrow \delta = \text{arc Sen } 0,262587 = 15,2236^\circ$$

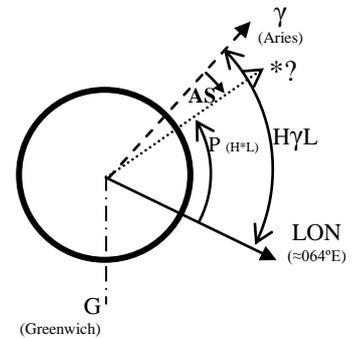
**δ = + 15°13,4'**

$$\text{Cotg } p = \left( \frac{Tg \text{ av}}{\text{Sen } Z} - \frac{tg \text{ lv}}{tg \text{ Z}} \right) \text{Cos } lv = \left( \frac{Tg \text{ } 33^\circ50,82'}{\text{Sen } 85,4^\circ} - \frac{tg \text{ } 21^\circ5,6'}{tg \text{ } 85,4^\circ} \right) \text{Cos } 21^\circ5,6' = 0,59876$$

$$P_E = \text{arcTg} \left( \frac{1}{0,59876} \right) = 59,0884^\circ = 59^\circ05,3' \text{ E} \quad (\text{E porque el azimut } 085,4^\circ \text{ está al este})$$

Para calcular el ángulo sidéreo nos ayudamos del gráfico:

**AS =  $H\gamma L - P = 72^\circ51' - 59^\circ05,3' = 13^\circ45,7'$**



4. Nombre del astro desconocido:

Por tablas buscamos astros con un AS en Abril parecido a  $13^\circ45,7'$  y después comprobamos que la declinación de dicho astro se aproxime a  $\delta = + 15^\circ13,4'$ :

**Markab** tiene un AS para Abril de  $13^\circ43,4'$  y una declinación de  $+ 15^\circ14,5'$

5. Longitud verdadera a la hora de Tiempo Universal (HTU) = 00<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del 21 de abril de 2007

Con los datos de Markab (AS=  $13^\circ43,4'$  y  $\delta = + 15^\circ14,5'$ ) hallaremos el nuevo ángulo en el polo:

$$H^*G = H\gamma G + AS = 222^\circ28,7^\circ + 13^\circ43,4^\circ = 236^\circ12,1^\circ$$

$$P = (360^\circ - 64^\circ40,3^\circ) - H^*G = 295^\circ19,7^\circ - 236^\circ12,1^\circ = 59^\circ07,6^\circ$$

$$\text{Sen } ae = \text{Sen } \delta \text{ Sen } le + \text{Cos } \delta \text{ Cos } le \text{ Cos } p = \text{Sen } 15^\circ14,5' \text{ Sen } 21^\circ5,6' + \text{Cos } 15^\circ14,5' \text{ Cos } 21^\circ5,6' \text{ Cos } 59^\circ7,6'$$

$$\text{Sen } ae = 0,55653 \rightarrow ae = \text{arcSen } 0,55653 = 34^\circ48,97'$$

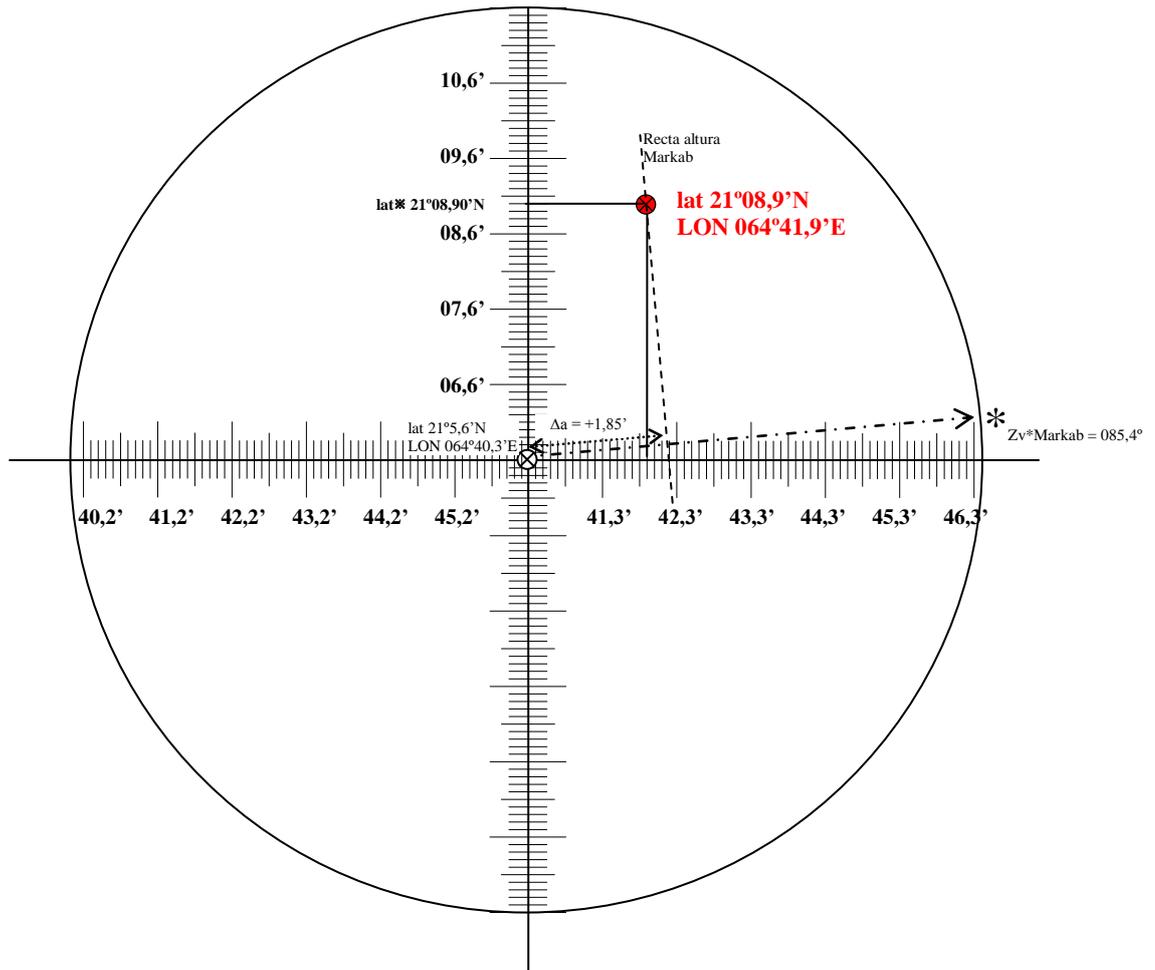
**Aa =  $33^\circ50,82' - 34^\circ48,97' \approx + 1,85^\circ$**     **Zv \* Markab = 85,4°**

En la grafica trazamos el azimut de Markab y calculamos la recta de altura. Cruzamos la recta de altura con la latitud observada por la polar y el punto de cruce será la situación a la HTU 00h55m00s, por lo que la longitud será:

**A las HTU 00h55m00s estamos a LON 064°41,9°**

Representación gráfica

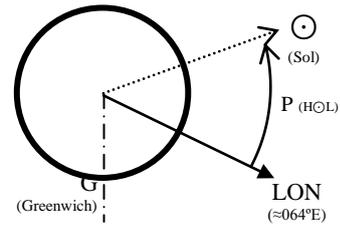
$\text{Cos } 21^\circ 5,6' = 0,9329$



6. El determinarte (Zv y Δa) del Sol a la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 04<sup>h</sup> 40<sup>m</sup> 00<sup>s</sup> del 21 de abril de 2007.

Situación estimadae : lat<sub>e</sub> 21°29,1' N LON<sub>e</sub> 064°31,4' E

ai ☉ =	45° 39,70'		
ei =	-3,00'		
<u>aobs =</u>	<u>-2,80'</u>		
a <sub>aparente</sub> =	45°33,90'		
	+ 15,1'	Tbl B	
	<u>0,00'</u>	c. Ad. (21 Abril)	
av ☉ ≈	45°49,00'		



Por tablas hallamos 21/04/2007: δ ☉ = +11°42,8' + 0,7' = 11°43,5'; H☉G = 240°17,2' + 10°00' = 250°17,2'

Para calcular el ángulo en el polo y el horario local de Aries nos ayudamos del gráfico:

$$P = (H☉L) = (360° - 64°31,4') - 250°17,2' \rightarrow P_E = 45°11,4'$$

$$\text{Sen } a_e = \text{Sen } \delta \text{ Sen } l_e + \text{Cos } \delta \text{ Cos } l_e \text{ Cos } p = \text{Sen } 11°43,5' \text{ Sen } 21° 29,1' + \text{Cos } 11°43,5' \text{ Cos } 21° 29,1' \text{ Cos } 45°11,4'$$

$$\text{Sen } a_e = 0,716532 \rightarrow a_e = \text{arcSen } 0,716532 = 45°46,1'$$

$$\Delta a \text{ ☉} = 45°49' - 45°46,1' = +2,9$$

$$\text{Cotg } Z_v = \left( \frac{Tg \delta}{\text{Sen } p} - \frac{Tg l_e}{Tg p} \right) \text{Cos } l_e ; \text{Cotg } Z_v = \left( \frac{Tg 11°43,5'}{\text{Sen } 45°11,4'} - \frac{Tg 21°29,1'}{Tg 45°11,4'} \right) \text{Cos } 21°29,1'$$

$$\text{Cotg } Z_v = -0,0916198 \rightarrow Z_v = \text{arcTg} \left( \frac{1}{-0,0916198} \right) = -84,7651; Z_v = S 84,8^\circ E$$

El determinante del sol a las 04h40m00s es: **Δa ☉ = +2,9 Zv = S 84,8° E**

7. Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.

Al navegar a rumbo Rv = 360° nos mantenemos en el mismo meridiano por lo que ΔLON = 0

$$I_h = \frac{HOL}{900 \pm \Delta LON'} = \frac{P \cdot 60}{(15^\circ \cdot 60) \pm \Delta LON} = \frac{45^\circ 11,4' \cdot 60}{(15^\circ \cdot 60) \pm 0} = 3,0126 \text{ h}$$

$$\text{HTU} = 3,0126 + 04^h 40^m 00^s = \text{7h40m45,6s}$$

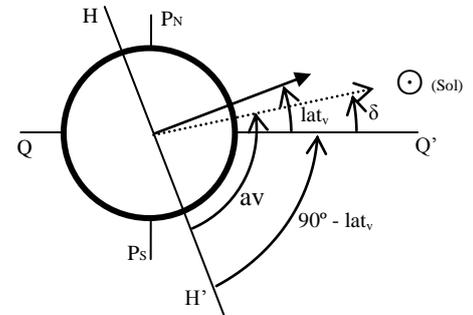
8. Situación verdadera a la Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.

$$\Delta lat = DST \text{ Cos } R_v = (V_b \cdot t) \text{ Cos } 360^\circ = (5 \cdot 3,0126) \text{ Cos } 360^\circ = 15,063'$$

Situación estimada: lat<sub>e</sub> 21°4,1' + 15,063' = 21°44,16' N

Como navegamos a Rumbo verdadero 360° (Norte verdadero) no variamos la longitud que será igual que la de origen: LON<sub>e</sub> 064°31,4' E

ai ☉ =	79° 45,90'		
ei =	-3,00'		
<u>aobs =</u>	<u>-2,80'</u>		
a <sub>aparente</sub> =	79° 40,10'		
	+ 15,8'	Tbl B	
	<u>0,00'</u>	c. Ad. (21 Abril)	
av ☉ ≈	79° 55,90'		



Por tablas hallamos 21/04/2007: δ ☉ = +11°45,8' + 0,55' = 11°45,6'

$$90^\circ - lat_v = av - \delta \rightarrow lat_v = 90^\circ - av + \delta = 90^\circ - 79^\circ 55,9' + 11^\circ 46'$$

Al paso del Sol por el meridiano: **lat 21°50,1' N LON 064° 31,4' E**

9. Rumbo verdadero que hemos de poner para dar alcance al barco B.

Según rosa de maniobras: **RA = 235°**

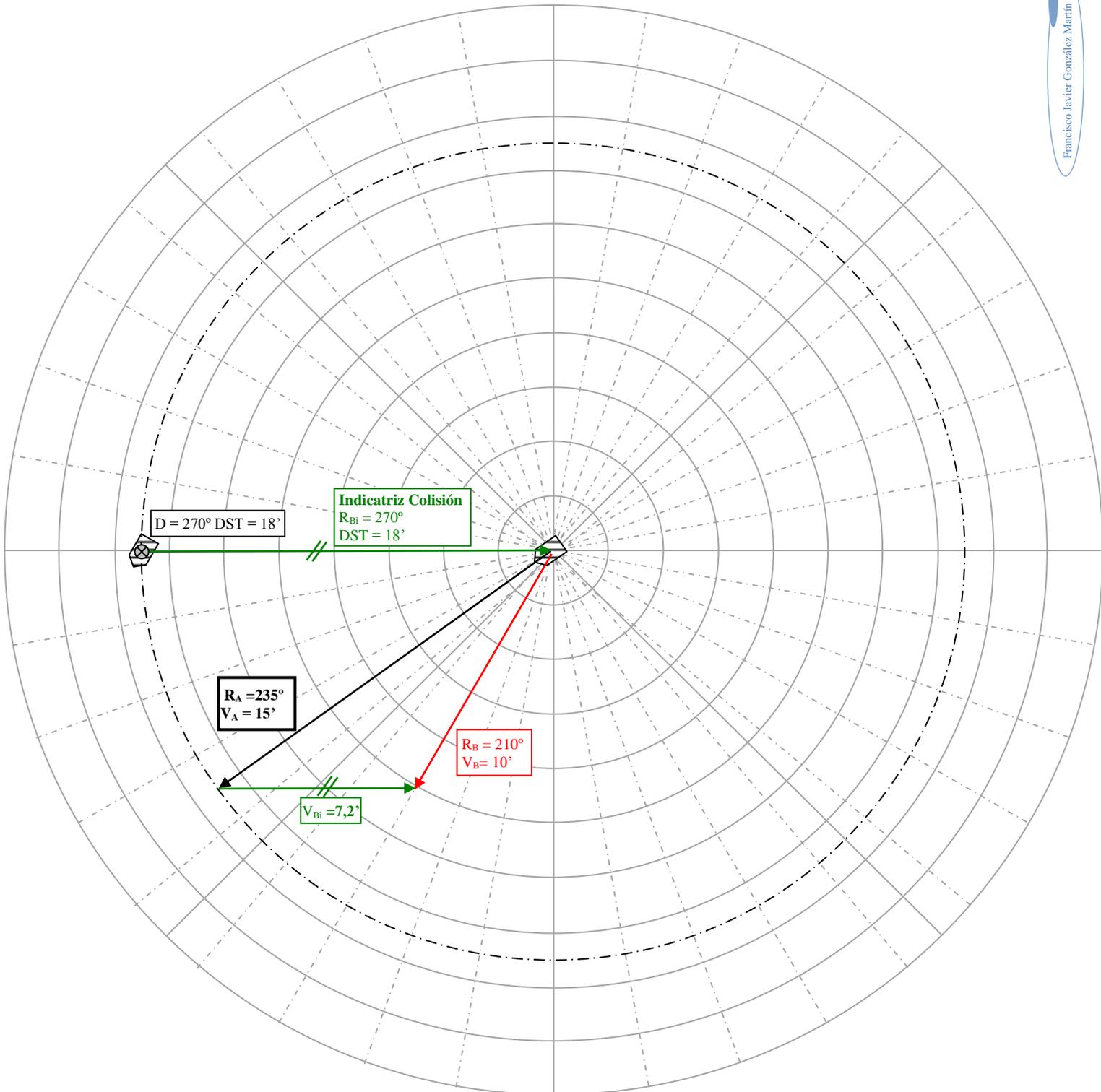
10. Intervalo de tiempo que tardaremos en dar alcance al barco B.

El nuevo triangulo horario para dar alcance nos da una velocidad horaria relativa de B de 7,2' por lo que:

$$V = DST/t \rightarrow t = DST/V = 18'/7,2' = 2,5h$$

$$\text{T} = \text{2h30m}$$

Rosa Maniobra



## Examen Cálculos de Navegación para CY – 15/06/2007

En el día 15 de junio de 2007 el yate Cantor navega al Ra: 350° con una Vm de 10'. A TU 17:45 el yate se encuentra en situación estimada lat<sub>e</sub>: 35°30'S y long<sub>e</sub>: 010°45'W. En este momento toma simultáneamente de las estrellas Avior y Zubenelgenubi las siguientes alturas y marcaciones (e<sub>o</sub>:3m, e<sub>i</sub>:0°):

- Avior: ai = 57°39,0' y M = 128° Babor.
- Zubenelgenubi: ai = 30°30,0' y M = 109° Estribor.

1. ¿Cuál será el determinante para Avior (Zv y Δa)?
2. ¿Cuál será el determinante para Zubenelgenubi (Zv y Δa)?
3. ¿Cuál será la corrección total de la aguja náutica navegando al Ra: 350°?
4. ¿Cuál será la situación observada del yate?

El patrón varía el rumbo al Ra: 270° (desvío = Δ+5°; declinación magnética dm =6°30'E), manteniendo una velocidad de 10' hasta el momento en el que la estrella Arcturus pasa por el meridiano superior del yate.

5. En este momento, ¿con qué azimut verdadero verá la estrella Arcturus?

Más tarde, ya finalizado el día, a TU 23:55 en situación estimada lat<sub>e</sub>: 36°05'S y long<sub>e</sub>: 011°15'W, cerrado el cielo completamente con nubes, el patrón decide calcular con que altura debería ver la Luna. (e<sub>o</sub>:3m, e<sub>i</sub>:0°)

6. ¿Con qué altura verdadera verá el patrón la Luna?

### Problema de Ortodrómica

El yate Cantador se encuentra en un punto "A" de coordenadas lat<sub>A</sub>: 33°50'S y long<sub>A</sub>: 024°10'E, deseando el patrón navegar hasta un punto "B" de coordenadas lat<sub>B</sub>: 41°40'S y long<sub>B</sub>: 145°00'E.

7. ¿Qué distancia ortodrómica separa los puntos A y B?
8. ¿A qué rumbo ortodrómico inicial ha de navegar para ir de A a B?
9. ¿A qué rumbo ortodrómico inicial ha de navegar para ir de B a A?
10. ¿Qué distancia ortodrómica separa el punto A de un punto situado en sus antípodas (33°50'N, 155°50'W)?

Datos:

Sit<sub>e</sub> late: 35°30'S y long<sub>e</sub>: 010°45'W

Altura obs = 3 m →  $a_{obs} = -1,78 \sqrt{h_{obs}} = 1,78 \sqrt{3} = 2,757 \approx -3,1'$   
e<sub>i</sub> = 0'

1. Para AVIOR:
 

ai * AVIOR =	57°39,00'
ei =	-0,00'
aobs =	-3,10'
aaparente =	57°35,90'
cpr =	-0,65' CoTg(aaparente)
av AVIOR =	57°35,25'

Por tablas hallamos δ \* AVIOR = -59°32,1'; AS \* AVIOR = 234°20,6'; HyG = 158°36' + 11°16,8' = 169°52,8'

Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:

P (H\*L) = 360° - (HG + AS) - LONe → P<sub>w</sub> = 33°32,1'

Sen ae = Sen δ Sen le + Cos δ Cos le Cos p = Sen(-59°32,1') Sen(-35°30') + Cos(-59°32,1') Cos(-35°30') Cos33°32,1'

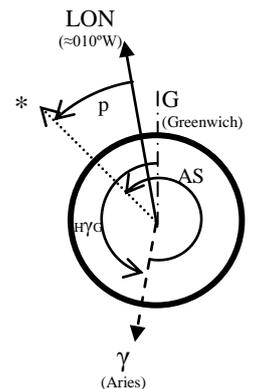
Sen ae = 0,8448 → ae = arcSen 0,8448 = 57°39,26'

**Δa = av - ae = 57°35,25' - 57°39,26' = -3,9'**

$Cotg Zv = \left( \frac{Tg \delta}{Sen p} - \frac{Tg le}{Tg p} \right) Cos le$  ;  $Cotg Zv = \left( \frac{Tg (-59°32,1')}{Sen 33°32,1'} - \frac{Tg (-35°30')}{Tg 33°32,1'} \right) Cos (-35°30')$

$Cotg Zv = -1,6311 \rightarrow Zv = arcTg \left( \frac{1}{-1,6311} \right) = -31,5°$ ;

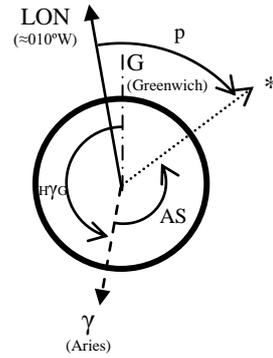
**Zv = S 31,5° W = 211,5°**



2. Determinante Zubenelgenubi = ?

$$\begin{aligned}
 ai \text{ * Zubenelgenubi} &= 30^{\circ}30,00' \\
 ei &= -0,00' \\
 aobs &= -3,10' \\
 \hline
 a_{aparente} &= 30^{\circ}26,90' \\
 cpr &= -1,70' \quad \text{CoTg}(a_{aparente}) \\
 \hline
 av \text{ Zubenelgenubi} &= 30^{\circ}25,20'
 \end{aligned}$$

Por tablas hallamos  $\delta \text{ * Zubenelgenubi} = -16^{\circ}4,5'$ ;  $AS \text{ * Zubenelgenubi} = 137^{\circ}10,3'$ ;  
 $H\gamma G = 158^{\circ}36' + 11^{\circ}16,8' = 169^{\circ}52,8'$   
 Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:  
 $P(H*L) = 360^{\circ} - (HG + AS) + LONe \rightarrow P_E = 63^{\circ}41,9'$



$$\begin{aligned}
 \text{Sen } ae &= \text{Sen } \delta \text{ Sen } le + \text{Cos } \delta \text{ Cos } le \text{ Cos } p = \text{Sen}(-16^{\circ}4,5') \text{ Sen}(-35^{\circ}30') + \text{Cos}(-16^{\circ}4,5') \text{ Cos}(-35^{\circ}30') \text{ Cos } 63^{\circ}41,9' \\
 \text{Sen } ae &= 0,5074 \rightarrow ae = \text{arcSen } 0,5074 = 30^{\circ}29,53'
 \end{aligned}$$

$$\Delta a = av - ae = 30^{\circ}25,20' - 30^{\circ}29,53' \approx -4,3'$$

$$\begin{aligned}
 \text{Cotg } Zv &= \left( \frac{Tg \delta}{\text{Sen } p} - \frac{Tg le}{Tg p} \right) \text{Cos } le ; \text{ Cotg } Zv = \left( \frac{Tg(-16^{\circ}4,5')}{\text{Sen } 63^{\circ}41,9'} - \frac{Tg(-35^{\circ}30')}{Tg 63^{\circ}41,9'} \right) \text{Cos } (-35^{\circ}30') \\
 \text{Cotg } Zv &= 0,02533 \rightarrow Zv = \text{arcTg} \left( \frac{1}{0,02533} \right) \approx 88,5^{\circ};
 \end{aligned}$$

$$\boxed{Zv = N 88,5^{\circ} E = 88,5^{\circ}}$$

3. Ct = ?

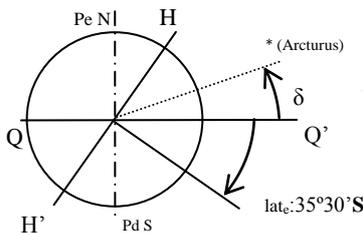
$$\begin{aligned}
 Zv &= Za + Ct \rightarrow Ct = Zv - Za; \\
 Za &= Ra \pm M \text{ (-)Bavor; (+)Estribor} \\
 Za &= 350^{\circ} - 128^{\circ} = 222^{\circ}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{Ct = 211,5^{\circ} - 222^{\circ} = -10,5^{\circ}}$$

4. Situación Observada = ?

Según gráfica la situación será:  $\boxed{\text{lat}_o 32^{\circ}22,6'S; \text{long}_o 10^{\circ}50,65'W}$

5. Zv Arcturus = ?



Al pasar por el meridiano superior el Azimut solo puede ser  $000^{\circ}$  o  $180^{\circ}$  como Arcturus tiene declinación  $+19^{\circ}8,6'$  (hemisferio Norte) y estamos en  $\text{lat } 35^{\circ}30'S$  (hemisferio Sur) veremos a Arcturus en nuestro Norte verdadero ( $000^{\circ}$ ) con un:

$$\boxed{Zv = 000^{\circ}}$$

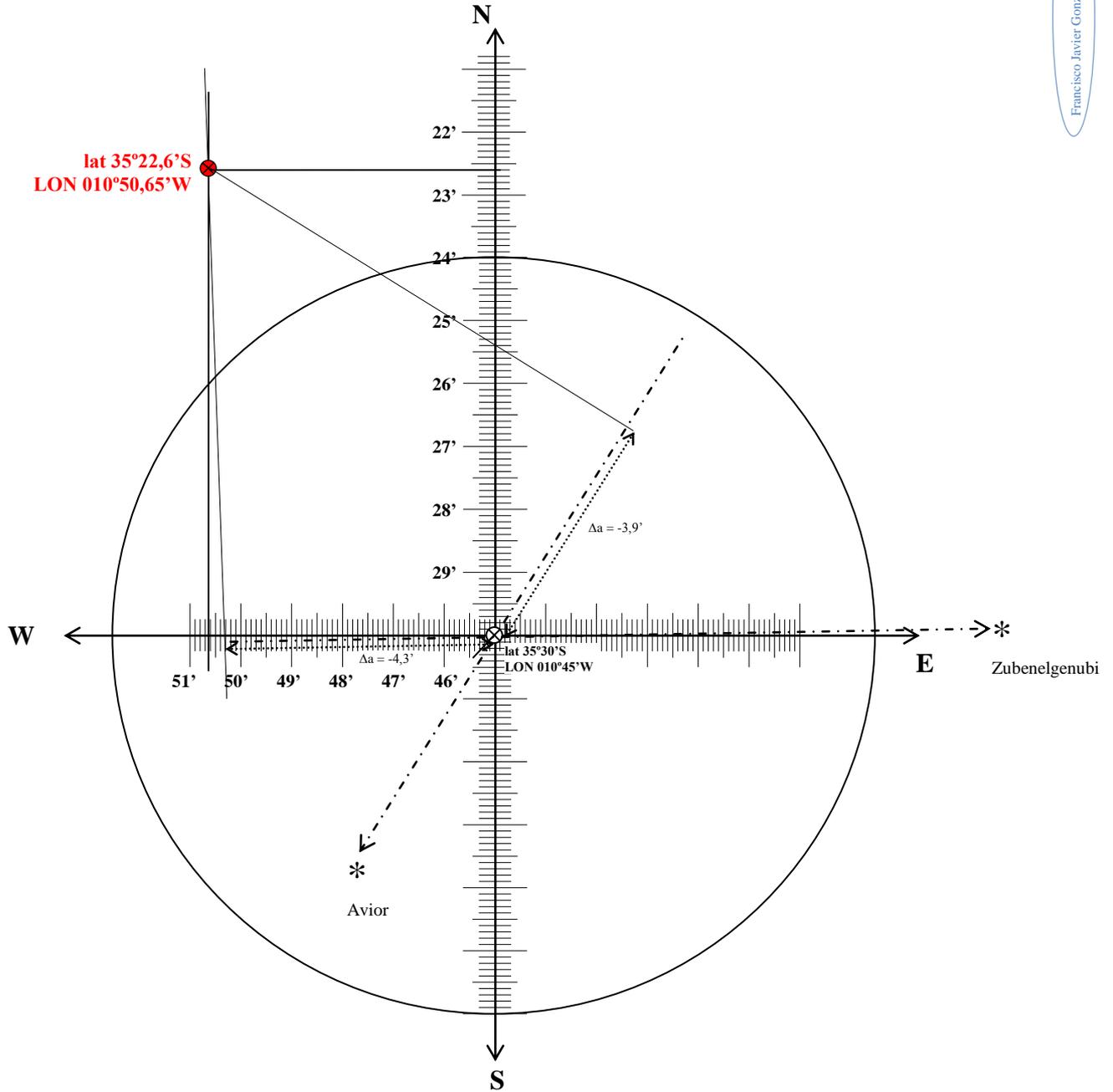
6. av C = ?

Si el cielo está nublado no se verá la luna.

Representación gráfica

$\text{Cos } 35^{\circ} 30' = 0,814$

Francisco Javier González Martín



7.  $DSTo_{A \rightarrow B} = ?$

$$\text{Cos } DSTo = \text{Sen } l_B \text{ Sen } l_A + \text{Cos } l_B \text{ Cos } l_A \text{ Cos } \Delta LON$$

$$\Delta LON = 145^\circ 00' E - 024^\circ 10' E = 120^\circ 50'$$

$$DSTo = \text{arcCos} (\text{Sen } (-40^\circ 40') \text{ Sen } (-33^\circ 50') + \text{Cos } (-40^\circ 40') \text{ Cos } (-33^\circ 50') \text{ Cos } 120^\circ 50') = 87,0135^\circ$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

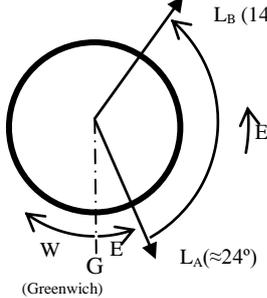
$$\boxed{DSTo_{A \rightarrow B} = 87,0135 \cdot 60' = 5.220,81' \approx 5.221 \text{ Mn}}$$

8.  $Roi_{A \rightarrow B} = ?$

$$\text{Cotg } Roi_{A \rightarrow B} = \left( \frac{Tg l_B}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{Tg l_A}{Tg \Delta LON} \right) \text{Cos } l_A$$

$$\Delta LON = 145^\circ 00' E - 024^\circ 10' E = 120^\circ 50'$$

$$\frac{1}{Tg Roi_{A \rightarrow B}} = \left( \frac{Tg -40^\circ 40'}{\text{Sen } 120^\circ 50'} - \frac{Tg -33^\circ 50'}{Tg 120^\circ 50'} \right) \text{Cos } (-33^\circ 50') = -1,1932 \rightarrow Roi_{A \rightarrow B} = \text{arcTg} \frac{1}{-1,1932} = -39,96^\circ \approx -40^\circ$$



(Greenwich)

Como el signo es - sabemos por convenio que es S para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación de  $24^\circ$  Este a  $145^\circ$  este es decir E.

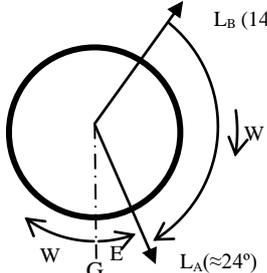
$$\boxed{Ri = S 40^\circ E = 140^\circ}$$

9.  $Roi_{B \rightarrow A} = ?$

$$\text{Cotg } Roi_{B \rightarrow A} = \left( \frac{Tg l_A}{\text{Sen } \Delta LON} - \frac{Tg l_B}{Tg \Delta LON} \right) \text{Cos } l_B$$

$$\Delta LON = 145^\circ 00' E - 024^\circ 10' E = 120^\circ 50'$$

$$\frac{1}{Tg Roi_{B \rightarrow A}} = \left( \frac{Tg -33^\circ 50'}{\text{Sen } 120^\circ 50'} - \frac{Tg -40^\circ 40'}{Tg 120^\circ 50'} \right) \text{Cos } (-40^\circ 40') = -0,9799 \rightarrow Roi_{B \rightarrow A} = \text{arcTg} \frac{1}{-0,9799} = -45,57^\circ \approx -45,5^\circ$$



(Greenwich)

Como el signo es - sabemos por convenio que es S para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación de  $145^\circ$  Este a  $24^\circ$  este es decir W.

$$\boxed{Ri = S 45,5^\circ W = 225,5^\circ}$$

10.  $DSTo_{A \rightarrow C} = ?$

Como el destino está en las antípodas directamente podríamos calcular la distancia teniendo en cuenta que un punto que está en nuestra antípodas está separado de nosotros  $180^\circ$  de longitud, por lo que:

$$\boxed{DSTo_{A \rightarrow C} = 180^\circ \cdot 60' = 10.800 \text{ Mn}}$$

$$\text{Cos } DSTo = \text{Sen } l_C \text{ Sen } l_A + \text{Cos } l_C \text{ Cos } l_A \text{ Cos } \Delta LON$$

$$\Delta LON = 155^\circ 50' W + 024^\circ 10' E = 180^\circ 00'$$

$$DSTo = \text{arcCos} (\text{Sen } (33^\circ 50') \text{ Sen } (-33^\circ 50') + \text{Cos } (33^\circ 50') \text{ Cos } (-33^\circ 50') \text{ Cos } 120^\circ 50') = 180^\circ$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

$$\boxed{DSTo_{A \rightarrow B} = 180 \cdot 60' = 10.800 \text{ Mn}}$$

**Examen Cálculos de Navegación para CY – 16/06/2007**

En el día 16 de junio de 2007 el yate Cantor en situación estimada lat<sub>e</sub>: 39°20'S y long<sub>e</sub>: 040°40'E, al ser TU 04:15 navegando al Ra:200° cerca del momento de la salida del sol, toma del planeta Marte los siguientes valores (e<sub>o</sub>:3m, e<sub>i</sub>:0'):

- o Marte: ai = 41°12,7' y Za = N19E.

1. ¿Cuál será la posición corregida del yate?
2. ¿A qué rumbo verdadero navega el yate Cantor?

A TU 04:20 suponiendo el yate parado en posición lat: 39°20' y long: 040°40'E:

3. ¿A qué TU verá salir el limbo superior del Sol?
4. En ese momento, ¿Con qué Zv verá salir el Sol?
5. ¿A qué TU verá salir la Luna?
6. En ese momento, ¿Con qué Zv verá salir la Luna?

Más tarde en situación estimada late: 38°40'S y long<sub>e</sub>: 041°35'E, a TU 09:14 en el momento del paso del sol por el meridiano superior del yate, el patrón toma una altura del limbo inferior del Sol, ai = 27°58,5'.

7. En ese momento, ¿cuál será la latitud observada corregida por la meridiana del Sol?

Ya de noche, situado el yate en lat: 37°15'S y long 042°55'E a TU 18:45 el patrón del yate, con el cielo medio nublado, toma de un astro desconocido la siguiente información (e<sub>o</sub>:3m, e<sub>i</sub>:0'; magnitud del astro: entre 2 y 3)

- o Astro desconocido: ai = 46°12,7' y Zv = 284.

8. ¿Cuál será el nombre del astro desconocido?
9. ¿Cuál será la Δa del astro desconocido?

Problema de Cinemática

El patrón del yate Cantor, navegando al rumbo 020° con una velocidad de 15' detecta en la pantalla de su radar un barco B:

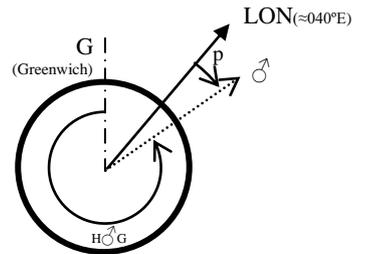
- o A TU 16:00; Demora 310°, distancia 12'
- o A TU 16:12; Demora 315°, distancia 8'

10. ¿Cuál será el rumbo y la velocidad del buque B?

Datos:

Sit, late: 39°20'S y long<sub>e</sub>: 040°40'E; Ra = 200°; TU 04:15  
 Altura obs = 3 m → a<sub>obs</sub> = -1,78 √h<sub>obs</sub> = 1,78 √3 = 2,757 ≈ -3,1'  
 ei = 0'

1. Para Marte:	
ai * Marte =	41°12,70'
ei =	-0,00'
a <sub>obs</sub> =	-3,10'
a <sub>aparente</sub> =	41°09,60'
cpr =	-1,70' CoTg(a <sub>aparente</sub> )
c <sub>pp</sub> =	+0,1'
av AVIOR =	51°08,50'



Por tablas hallamos δ ♂ = +7°46,5' + 0,2' = +7°46,7'; H♂G = 301°37,1' + 3°45' + 0,2' = 305°22,3';

Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:

P (H\*L) = (360° - H♂G) - LON<sub>e</sub> → P<sub>E</sub> = 13°57,7'

Sen ae = Sen δ Sen le + Cos δ Cos le Cos p = Sen 7°46,7' Sen(-39°20') + Cos 7°46,7' Cos(-39°20') Cos 13°57,7'

Sen ae = 0,6579 → ae = arcSen 0,6579 = 41°08,53'; Δa = av - ae = 51°08,50' - 41°08,53' = -0,03' ≈ 0'

Cotg Zv = (Tg δ / Sen p - Tg le / Tg p) Cos le ; Cotg Zv = (Tg 7°46,7' / Sen 13°57,7' - Tg (-39°20') / Tg 13°57,7') Cos (-39°20')

Cotg Zv = 2,9873 → Zv = arcTg (1 / 2,9873) ≈ 18,5°; Z<sub>v</sub> = N 31,5° E = 31,5°

Como prácticamente no existe Δa la posición corregida coincidirá con la estimada:

Posición corregida: **lat<sub>c</sub>: 39°20'S y long<sub>c</sub>: 040°40'E**

2.  $Ct = ?$   
 $Zv = Za + Ct; Ct = Zv - Za;$   
 $Ct = 18,5^\circ - 19^\circ = -0,5^\circ$

**$Rv = Ra + Ct = 200^\circ - 0,5^\circ = 199,5^\circ$**

3. TU Salir Sol = ?

	lat 35°S	Lat 40°S	Diferencia
16/06/2007 Salida Sol	07:06	07:20	14m

Interpolado para lat 39°20' (35°+4°20'):

300' (5°) → 14m

260' (4°20') → X  $x = \frac{260 \cdot 14}{300} = 12m08s$

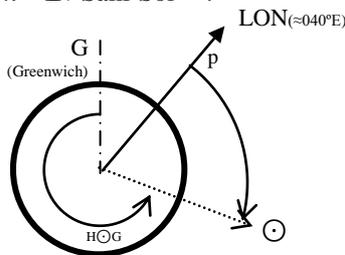
HCL = 7:06 + 0:12:08 = 07:18:08

HCL = HCG ± LON(t) (+) E; (-) W → HCL = HCG + LON(t) → HCG = HCL - LON(t)

LON(t) =  $\frac{40^\circ 40'}{15} = 2h42m40s$

**HCG = 07h18m08s - 2h42m40s = 04h35m28s**

4. Zv Salir Sol = ?



Hallamos la declinación del Sol para el 16/06/2007 a las 04h35m28s  $d_{\odot} \approx +23^\circ 20'$  y aplicamos la siguiente fórmula:

$\cos Zv = \frac{\text{Sen } \delta}{\text{Cos } l_e} = \frac{\text{Sen } 23^\circ 20'}{\text{Cos } -39^\circ 20'} = 0,51208 \rightarrow Zv = \arccos 0,51208 = 59,1974^\circ \approx 59,2^\circ$

Según el gráfico el Sol estará al este de nuestra posición

**Zv = N 59,2° E**

5. TU Salir Luna = ?

	lat 35°S	Lat 40°S	Diferencia	Retraso (40°S)
16/06/2007 Salida Luna	08:39	08:57	18m	46m → -5'

Almanaque pág. 386

Interpolado para lat 39°20' (35°+4°20'):

300' (5°) → 18m

260' (4°20') → X  $x = \frac{260 \cdot 18}{300} = 15m36s$

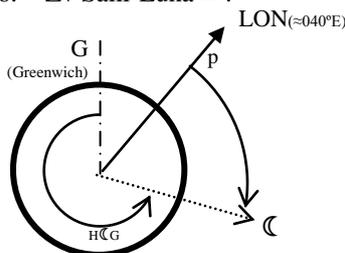
HCL = 8:39:00 + 0:15:36 - 00:05:00 = 08:49:36

HCL = HCG ± LON(t) (+) E; (-) W → HCL = HCG + LON(t) → HCG = HCL - LON(t)

LON(t) =  $\frac{40^\circ 40'}{15} = 2h42m40s$

**HCG = 08h49m36s - 2h42m40s = 06h06m56s**

6. Zv Salir Luna = ?



Hallamos la declinación del Sol para el 16/06/2007 a las 06h40m56s  $d_{\odot} \approx +27^\circ 27,0' - 0,5' = 27^\circ 26,5'$  y aplicamos la siguiente fórmula:

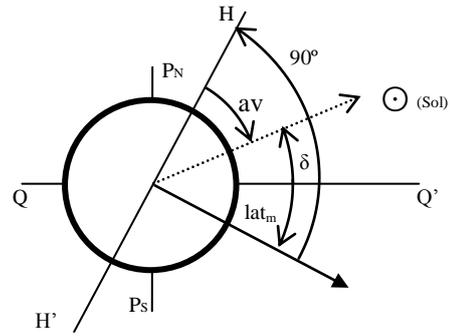
$\cos Zv = \frac{\text{Sen } \delta}{\text{Cos } l_e} = \frac{\text{Sen } 27^\circ 26,5'}{\text{Cos } -39^\circ 20'} = 0,5958 \rightarrow Zv = \arccos 0,5958 = 53,4293^\circ \approx 53,4^\circ$

Según el gráfico el Sol estará al este de nuestra posición

**Zv = N 53,4° E**

7. lat meridiana = ?

ai ☉ =	27° 58,50'	
ei =	-0,00'	
aobs =	-3,10'	
aaparente =	27° 55,40'	
	+ 14,30'	Tbl B
	- 0,10'	c. Ad. (16 Jun)
av ☉ ≈	28° 09,60'	



Por tablas hallamos 16/06/2007 TU 09:14: δ ☉ = +23°20,5'

$$\text{Lat}_{\text{meridiana}} = 90^\circ - \text{av} - \delta$$

$$\text{lat}_{\text{meridiana}} = 90^\circ - 23^\circ 20,5' - 28^\circ 09,6' = \mathbf{38^\circ 29,9'S}$$

8. Astro = ?

Datos: lat = 37°15'S Lon = 042°55'E; ai \*? = 46° 12,70'; Zv = 284°

ai *? =	46° 12,70'	
ei =	-0,00'	
aobs =	-3,10'	
aaparente =	46° 09,60'	
cpr =	- 1,00'	Cotag (aaparente)
av *? ≈	46° 08,60'	

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen av Sen le} + \text{Cos av Cos le Cos Zv}$$

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } 46^\circ 08,60' \text{ Sen } (-37^\circ 15') + \text{Cos } 46^\circ 08,60' \text{ Cos } (-37^\circ 15') \text{ Cos } 284^\circ$$

$$\text{Sen } \delta = -0,3030 \rightarrow \delta = \text{arcSen } -0,3030 = -17^\circ 38,41'$$

$$\text{Cotg } p = \left( \frac{\text{Tg av}}{\text{Sen Z}} - \frac{\text{Tg le}}{\text{Tg Z}} \right) \text{Cos le}$$

$$\text{Cotg } p = \left( \frac{\text{Tg } 46^\circ 08,60'}{\text{Sen } 284} - \frac{\text{Tg } (-37^\circ 15')}{\text{Tg } 284} \right) \text{Cos } (-37^\circ 15') = -1,0045 \rightarrow p = \text{arcTg} \left( \frac{1}{-1,0045} \right) = -44,8656^\circ \approx 44^\circ 51,94'$$

Por tablas conocemos el HyG del 16/06/2007 TU 18:45 = 174° 37,6' + 11° 11,8' = 185° 54,4'

Para Hallar el AS nos ayudaremos del gráfico:

$$\text{AS} = (360^\circ - \text{HyG}) + (P - \text{Le}) = 360^\circ - 185^\circ 54,4' + 44^\circ 51,94' - 42^\circ 55' = 176^\circ 02,54'$$

Buscamos el almanaque la estrella que tenga un Ángulo Sidéreo (AS) parecido al hallado y después comparamos si la declinación también se aproxima, el resultado es:

$$\mathbf{\text{Gienah: AS} = 175^\circ 57,0'; \delta = -17^\circ 35,2'}$$

9. Δa = ?

Para hallar la diferencia de alturas utilizaremos los datos reales de Gienah: AS = 175°57,0'; δ = -17° 35,2'

$$P = 360^\circ - (\text{HyG} + \text{AS}) + \text{Le} = 360^\circ - 185^\circ 54,4' - 17^\circ 35,2' + 42^\circ 55' = 44^\circ 46,4'$$

$$\text{Sen ae} = \text{Sen } \delta \text{ Sen le} + \text{Cos } \delta \text{ Cos le Cos p}$$

$$\text{Sen ae} = \text{Sen } (-17^\circ 35,2') \text{ Sen } (-37^\circ 15') + \text{Cos } (-17^\circ 35,2') \text{ Cos } (-37^\circ 15') \text{ Cos } 44^\circ 46,4' = 0,7215$$

$$\text{ae} = \text{arcSen } 0,7215 \approx 46^\circ 11'$$

$$\mathbf{\Delta a = av - ae = 46^\circ 08,6' - 46^\circ 11' = -2,4}$$

10. Rumbo y Vb = ?

Según la Rosa de maniobras:

$$\mathbf{R_B = 081^\circ; Vb_B = 23^\circ}$$



## Examen Cálculos de Navegación para CY – 13/07/2007

En el día de hoy, a HTU 00h30'00" y estando en situación estimada de latitud 20°44'N y LON 064°44'E, observamos:

- Altura instrumental de la estrella DENEBO, (ai \*) = 40°58,5' y Za = 308,6°

Se cierra en niebla y navegamos a una velocidad de 18 nudos al Ra = 336°.

A HTU 00h42'00" observamos:

- Altura instrumental de la estrella CAPELLA, (ai\*) = 26°15,8' y Za = 043,9°

Continuamos navegando y en el momento de la salida del sol nos encontramos en situación verdadera de latitud 21°00'N y LON 064°44,2'E, variando el rumbo hasta marcar el sol al 180° y navegando a este nuevo rumbo durante 2 horas a una velocidad de 18 nudos.

**Datos:** Elevación del observador 2,4 m.  
 Error de índice 3' a la izquierda.  
 Declinación magnética de toda la zona de navegación 3°NE.  
 Desvío a todos los rumbos navegados, 1°NE.

**ORTODRÓMICA:**

En situación verdadera de latitud 20°45,4'N y LON 064°09,2'E, ponemos rumbo ortodrómico a un punto de situación verdadera en latitud 12°54,1'N y LON 051°15,1'E.

Se pide:

1. El determinante de DENEBO a HTU 00h30'00".
2. Situación del punto aproximado de la recta de altura de DENEBO.
3. Situación del traslado del punto aproximado de la recta de DENEBO al momento de la observación de CAPELLA o bien, la situación estimada, trasladada al momento de observación de CAPELLA.
4. El determinante de ALTAIR a HTU 00h42'00".
5. Situación verdadera a HTU 00h42'00" del día 13.7 de 2007.
6. HTU de salida del sol.
7. Rumbo verdadero después de la salida del sol.
8. Situación estimada de horas después de la salida del sol.
9. Rumbo inicial ortodrómico.
10. Distancia ortodrómica al punto de destino.

**Datos:**

Sit<sub>e</sub> = Lat 20°44' N LON 064°44'E

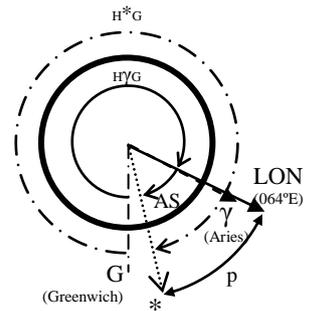
Altura obs = 2,4 m → a<sub>obs</sub> = -1,78 √h<sub>obs</sub> = 1,78 √2,4 = 2,757 ≈ -2,8'

ei = -3,0°

1. Para DENEBO:

ai * DENEBO =	40°58,50'	
ei =	-3,00'	
a <sub>obs</sub> =	-2,80'	
<hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/>		
a <sub>aparente</sub> =	40°52,70'	
cpr =	-1,15'	CoTg(a <sub>aparente</sub> )
av DENEBO =	40°51,55'	

Za * DENEBO =	308,6°
dm =	+ 3,0° NE
Δ =	+ 1,0° NE
Zv * DENEBO =	312,6°



Por tablas hallamos δ \* DENEBO = +45°18,3'; AS \* DENEBO = 49°34,2'; HγG = 290°30' + 7°31,2' = 298°01,2'

H\*G = HγG + AS = 298°01,2' + 49°34,2' = 347°35,4'

Para calcular el ángulo en el polo nos ayudamos del gráfico:

P (H\*L) = LON ± H\*G = 64°44'E - (360° - 347°35,4') → P<sub>w</sub> = 52°19,4'

Sen ae = Sen δ Sen le + Cos δ Cos le Cos p = Sen45°18,3' Sen24°44' + Cos45°18,3' Cos24°44' Cos52°19,4'

Sen ae = 0,6536 → ae = arcSen 0,6536 = 40°49,26'

**Δa = 40°51,55' - 40°49,26' = + 2,3'**

**Zv \* DENEBO = 312,6°**



7. Rv después ORTO

Hallaremos el Azimut del Sol en el momento de la salida, según el almanaque:

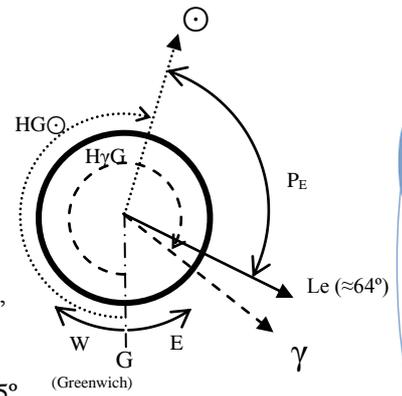
$$\begin{array}{rcl}
 13.07.2007 \text{ 1h00m} & \delta_{\odot} = 21^{\circ} 54,8' + & \text{Correcciones de } 11'39'' = 21^{\circ} 55,0' \\
 & \text{HG}\odot = 193^{\circ} 35,1' + & 2^{\circ} 54,8' = 196^{\circ} 29,9' \\
 & \text{HyG} = 305^{\circ} 32,5' + & 2^{\circ} 55,2' = 308^{\circ} 27,7'
 \end{array}$$

$$P_E = H\odot L = (360^{\circ} - \text{HG}\odot) - L_e = (360^{\circ} - 196^{\circ} 29,2') - 64^{\circ} 44,2' = 98^{\circ} 46,6'$$

$$\text{Cotg } Z_v = \left( \frac{Tg \delta}{\text{Sen } p} - \frac{Tg l_e}{Tg p} \right) \text{Cos } l_e ; \text{Cotg } Z_v = \left( \frac{Tg 21^{\circ} 55'}{\text{Sen } 98^{\circ} 46,6'} - \frac{Tg 21^{\circ} 00'}{Tg 98^{\circ} 46,6'} \right) \text{Cos } 21^{\circ} 00'$$

$$\text{Cotg } Z_v = 0,435391 \rightarrow Z_v = \text{arcTg} \left( \frac{1}{0,435391} \right) = +66,472'; Z_v \approx N 66,5^{\circ} E = 66,5^{\circ}$$

$$\boxed{R_v = Z_v + M = 66,5^{\circ} + 180^{\circ} = 246,5^{\circ} \text{ (S } 66,5^{\circ} \text{ W)}}$$



Francisco Javier González Martín

8. Sit<sub>e</sub> 2h Salida Sol

$$R_v = 246,5^{\circ}; V_b = 18'; t = 2h$$

$$\text{DST} = V_b \cdot t = 18 \cdot 2 = 36'$$

$$\Delta \text{lat} = \text{DST} \text{Cos } R_v = (18 \cdot 2) \text{Cos } 246,5^{\circ} = -14,3549 \approx -14,4'S$$

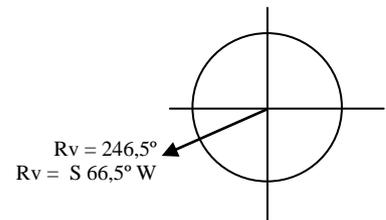
$$\text{lat}_{\text{med}} = \text{lat}_{\text{inicial}} + \frac{\Delta \text{lat}}{2} = 21^{\circ} 00' + \frac{14,4'}{2} = 21^{\circ} 07,20' \text{ N}$$

$$\text{Apto} = \text{DST} \text{Sen } R_v = (18 \cdot 2) \text{Sen } 246,5^{\circ} = -33,01' \text{ W}$$

$$\Delta \text{LON} = \frac{\text{Apto}}{\text{Cos } \text{lat}_{\text{med}}} = \frac{33,01}{\text{Cos } 21^{\circ} 07,2'} = -35,39' \text{ W}$$

$$\text{lat}_{\text{estimada}} = \text{lat}_{\text{inicial}} + \Delta \text{lat} = 21^{\circ} 00' - 14,4' = \mathbf{20^{\circ} 45,60' \text{ N}}$$

$$\text{LON}_{\text{estimada}} = \text{LON}_{\text{inicial}} + \Delta \text{LON} = 64^{\circ} 44,2' \text{ E} - 35,39' \text{ W} = \mathbf{064^{\circ} 08,81' \text{ E}}$$



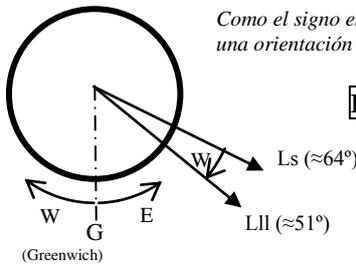
9. Roi = ?

$$\text{Cotg } R_i = \left( \frac{Tg l_{II}}{\text{Sen } \Delta \text{LON}} - \frac{Tg l_s}{Tg \Delta \text{LON}} \right) \text{Cos } l_s$$

$$\Delta \text{LON} = L_s - L_{II} = 064^{\circ} 09,2' - 051^{\circ} 15,1' = 12^{\circ} 54,1'$$

$$\frac{1}{Tg R_i} = \left( \frac{Tg 12^{\circ} 54,1'}{\text{Sen } 12^{\circ} 54,1'} - \frac{Tg 20^{\circ} 45,4'}{Tg 12^{\circ} 54,1'} \right) \text{Cos } 20^{\circ} 45,4' = -0,58787 \rightarrow R_i = \text{arcTg} \frac{1}{-0,58787} = -59,5499 \approx -59^{\circ} 33'$$

Como el signo es - sabemos por convenio que es S para saber si es E o W dibujaremos el gráfico dándonos una orientación de Este a oeste es decir W.



$$\boxed{R_i = S 59^{\circ} 33' W = 239^{\circ} 33'}$$

10. DSTo = ?

$$\text{Cos DSTo} = \text{Sen } l_{II} \text{Sen } l_s + \text{Cos } l_{II} \text{Cos } l_s \text{Cos } \Delta \text{LON}$$

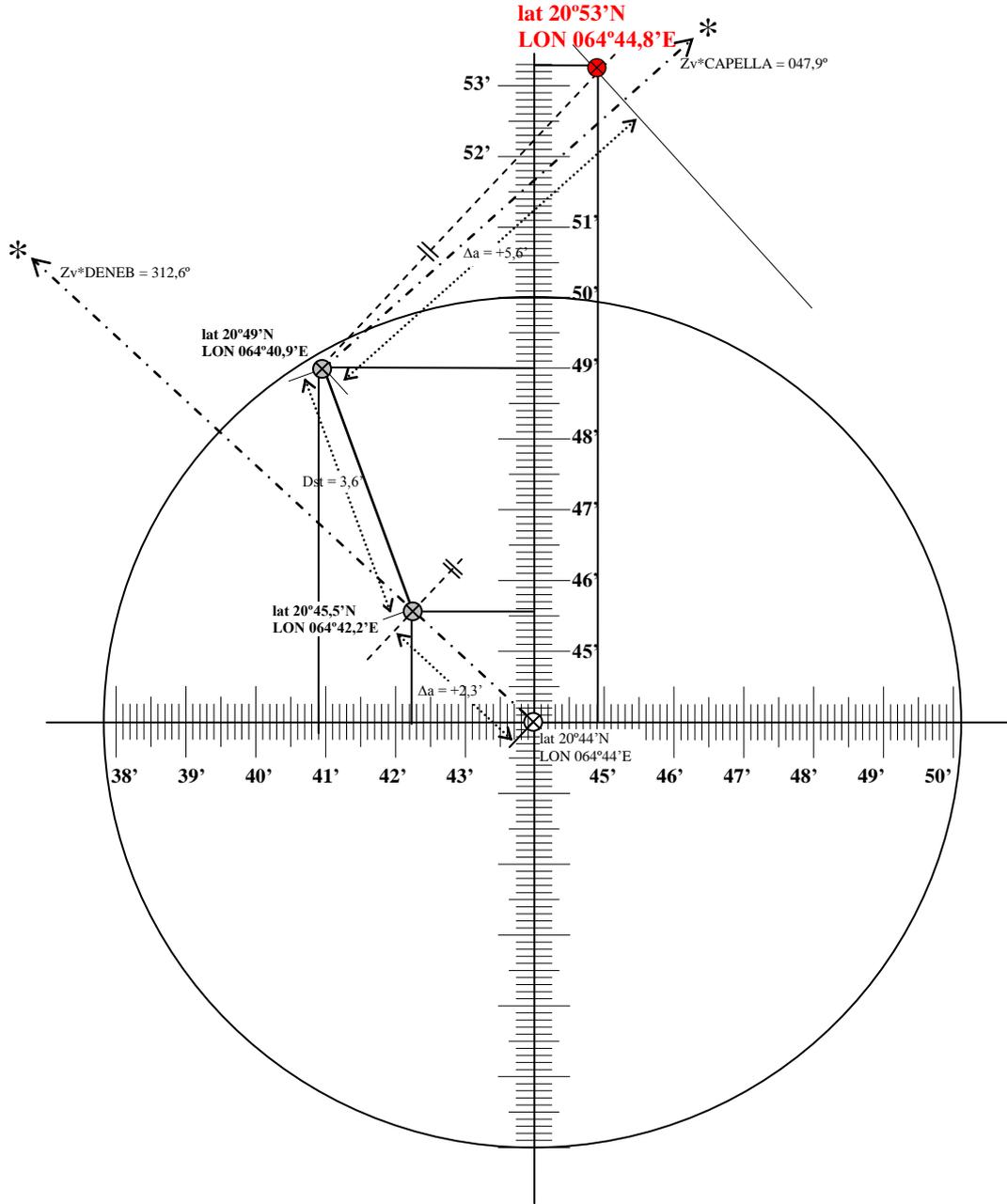
$$\text{DSTo} = \text{arcCos} (\text{Sen } 12^{\circ} 54,1' \text{Sen } 20^{\circ} 45,4' + \text{Cos } 12^{\circ} 54,1' \text{Cos } 20^{\circ} 45,4' \text{Cos } 12^{\circ} 54,1')$$

Hay que tener en cuenta que el resultado del arcCos son grados para pasarlo a millas multiplicaremos por 60.

$$\boxed{\text{DSTo} = 14,818^{\circ} = 889,096'}$$

Representación gráfica

$\text{Cos } 20^{\circ} 44' = 0,9352$



## Examen Cálculos de Navegación para CY – 14/07/2007

El día 14 de julio de 2007, a la Hora de Tiempo Universal (HTU) = 00h35'00", en situación estimada de  $le = 21^{\circ}05,6'N$  y  $Le = 064^{\circ}40,3'E$ , observamos simultáneamente:

- Altura instrumental de la estrella Polar, ( $ai +$ ) =  $21^{\circ}42,9'$  y  $Za+ = 356,4^{\circ}$
- Altura instrumental de un astro desconocido ( $ai * i$ ) =  $51^{\circ}14,4'$  y  $Za*? = 255,5^{\circ}$ .

Elevación del observador ( $eo$ ) = 2,4 metros  
 Error de índice ( $ei$ ) =  $-3'$

Continuamos navegando y a Hora de Tiempo Universal (HTU) = 04h35'00" nos encontramos en situación estimada  $le = 21^{\circ}28,5' N$  y  $Le = 064^{\circ}30,1' E$  observando la altura instrumental al sol ( $ai \underline{O}$ ) =  $45^{\circ}12,1'$ . Navegamos al rumbo verdadero ( $Rv$ ) =  $360^{\circ}$  a una velocidad de 5' nudos hasta la hora de paso del sol por el meridiano superior del lugar, momento en que observamos la altura instrumental del sol ( $ai \underline{O}$ ) =  $89^{\circ}46,7'$ .

Más tarde, navegamos a una velocidad de 14 nudos y al rumbo verdadero ( $Rv$ ) =  $270^{\circ}$ , observamos dos ecos, A y B en el radar con las siguientes características:

- Marcación del eco A =  $000^{\circ}$  y distancia ( $dA$ ) = 12 millas
- Demora del eco B =  $300^{\circ}$  y distancia ( $dB$ ) = 12 millas

30 minutos más tarde:

- Marcación del eco A =  $000^{\circ}$  y distancia ( $dA$ ) = 9 millas
- Demora del eco B =  $348^{\circ}$  y distancia ( $dB$ ) = 6,2 millas

Se pide:

1. Latitud observada por la polar.
2. Corrección total por la polar.
3. Ángulo sidéreo (AS) y declinación del astro desconocido antes del reconocimiento.
4. Nombre del astro desconocido.
5. Longitud verdadera a HTU = 00h35'00" del día 14 de julio de 2007.
6. El determinante ( $Zv$  y  $\Delta a$ ) del Sol a la HTU = 04h35'00" del día 14 de julio de 2007.
7. Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.
8. Situación verdadera a la HTU de paso del Sol por el meridiano del lugar.
9. Velocidad y rumbo verdadero del ECO A.
10. Velocidad y rumbo verdadero del ECO B.

Datos:

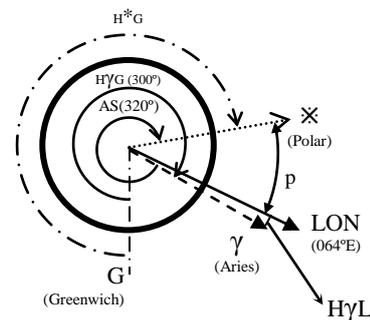
$Sit_e = Lat 21^{\circ}05,6' N LON 064^{\circ}40,3' E$

$Altura\ obs = 2,4\ m \rightarrow a_{obs} = -1,78 \sqrt{h_{obs}} = 1,78 \sqrt{2,4} = 2,757 \approx -2,8'$

$ei = -3,0'$

1. Latitud observada por la polar:

$ai + =$	$21^{\circ}42,90'$		
$ei =$	$-3,00'$		
$a_{obs} =$	$-2,80'$		
$a_{aparente} =$	$21^{\circ}37,10'$		
$cpr =$	$-2,45'$	$CoTg(a_{aparente})$	
$av + \approx$	$21^{\circ}34,70'$		
Tbl. I =	$-34,40'$	(pág.382)	
Tbl. II =	$0,00'$	(pág.384)	
Tbl. III =	$-0,30'$	(Interpolado entre 1 julio y 1 agosto)	
<b><math>lat_{obs+} =</math></b>	<b><math>21^{\circ}00,00'</math></b>		



Por tablas hallamos  $\delta + = +89^{\circ}17,6'$ ;  $AS + = 320^{\circ}05,6'$ ;  $H\gamma G = 291^{\circ}29,1' + 8^{\circ}46,4' = 300^{\circ}15,5'$

$H^*G = H\gamma G + AS = 300^{\circ}15,5' + 320^{\circ}05,2' = 620^{\circ}21,1' \rightarrow H^*G = 620^{\circ}21,1' - 360^{\circ}00' = 260^{\circ}21,1'$

Para calcular el ángulo en el polo y el horario local de Aries nos ayudamos del gráfico:  
 $P(H^*L) = LON \pm H^*G = (360^{\circ} - 64^{\circ}40,3') - 260^{\circ}21,1' \rightarrow P_E = 34^{\circ}58,6'$

El horario local de Aries ( $H\gamma L$ ) nos ayudará a encontrar las correcciones de las tablas I, II y III

**$H\gamma L = H\gamma G - (360 - Le) = 300^{\circ}15,5' - (360^{\circ} - 64^{\circ}40,3') = 4^{\circ}55,8'$**

2. Corrección total por la polar:

Calcularemos el Azimut verdadero a partir de la corrección del azimut de la polar que depende de  $H\gamma L$  y la latitud estimada (pág.385):

$$Zv_+ = 360^\circ + Crr = 360^\circ + 0,5^\circ = 360,5^\circ$$

$$Zv = Za + Ct \rightarrow Ct = Zv - Za = 360,5^\circ - 356,4^\circ = 4,1^\circ$$

**Ct = 4,1°**

3. Ángulo sidéreo (AS) y declinación del astro desconocido antes del reconocimiento:

ai *? =	51°14,40'
ei =	-3,00'
aobs =	-2,80'
aaparente =	51°08,60'
cpr =	-0,80'    CoTg(aaparente)
av *? ≈	51°07,80'

$$Zv = Za + Ct = 255,5^\circ + 4,1^\circ = 259,6^\circ$$

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } av \text{ Sen } lv + \text{Cos } av \text{ Cos } lv \text{ Cos } Zv = \text{Sen}51^\circ7,8' \text{ Sen}21^\circ + \text{Cos}51^\circ7,8' \text{ Cos}21^\circ \text{ Cos } 259,6^\circ$$

$$\text{Sen } \delta = 0,173$$

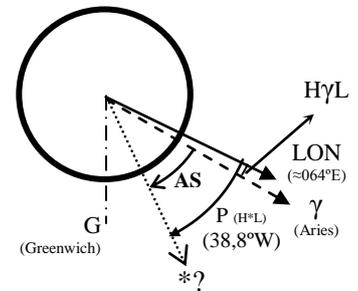
**δ = + 9°58,62'**

$$\text{Cotg } p = \left( \frac{Tg \ av}{\text{Sen } Z} - \frac{tg \ lv}{tg \ Z} \right) \text{Cos } lv = \left( \frac{Tg \ 51^\circ7,8'}{\text{Sen } 259,6^\circ} - \frac{tg \ 21^\circ}{tg \ 259,6^\circ} \right) \text{Cos } 21^\circ = -1,243348$$

$$P = \text{arcTg}\left(\frac{1}{-1,2433}\right) = -38,8^\circ = 38^\circ47,1' \text{ W} \quad (\text{W porque el azimut } 259,6^\circ \text{ está al oeste})$$

Para calcular el ángulo sidéreo nos ayudamos del gráfico:

**AS = P - HγL = 38°47,1' - 4°55,8' = 33°51,3'**



4. Nombre del astro desconocido:

Por tablas buscamos astros con un AS en julio de 33°51,3' y después comprobamos que la declinación de dicho astro se aproxime a δ = + 9°58,6':

**Enif** tiene un AS para julio de 33°51,3' y una declinación de + 9°54,6'

5. Longitud verdadera a HTU = 00h35'00" del día 14 de julio de 2007.

Con los datos de Enif (AS= 33°51,3' y δ = + 9°54,6') hallaremos el nuevo ángulo en el polo:

$$H^*G = H\gamma G + AS = 300^\circ15,5' + 33^\circ51,3' = 334^\circ06,8'$$

$$P = H^*G - (360^\circ - 64^\circ40,3') = 334^\circ06,8' - 295^\circ19,7' = 38^\circ47,1'$$

$$\text{Sen } ae = \text{Sen } \delta \text{ Sen } le + \text{Cos } \delta \text{ Cos } le \text{ Cos } p = \text{Sen } 9^\circ54,6' \text{ Sen } 21^\circ5,6' + \text{Cos } 9^\circ54,6' \text{ Cos } 21^\circ5,6' \text{ Cos } 38^\circ47,1'$$

$$\text{Sen } ae = 0,778357 \rightarrow ae = \text{arcSen } 0,778357 = 51^\circ06,63'$$

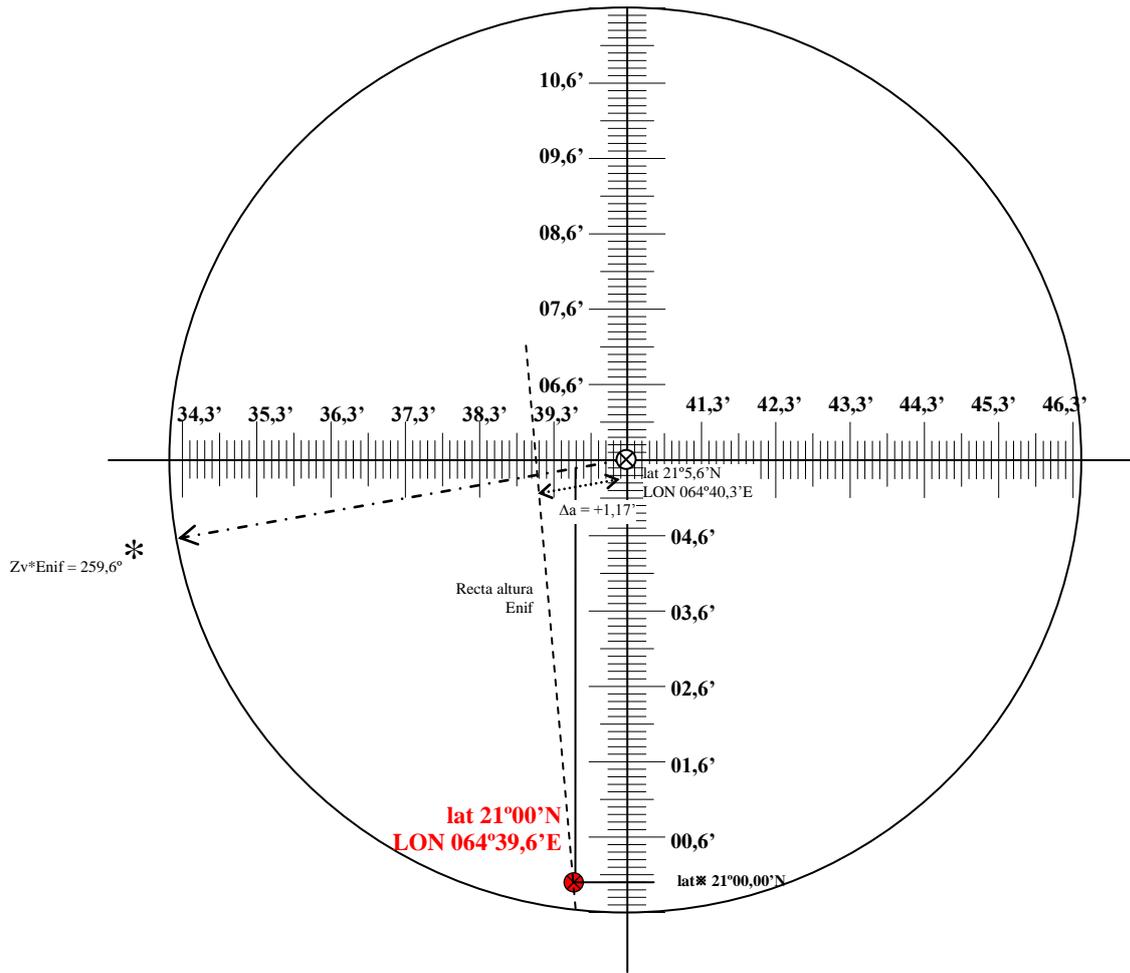
**Δa = av - ae = 51°07,80' - 51°06,63' ≈ + 1,17'**    **Zv \* Enif = 259,6°**

En la grafica trazamos el azimut de Enif y calculamos la recta de altura. Cruzamos la recta de altura con la latitud observada por la polar y el punto de cruce será la situación a la HTU 00h35m00s, por lo que la longitud será:

**A las HTU 00h35m00s estamos a LON 064°39,6'**

Representación gráfica

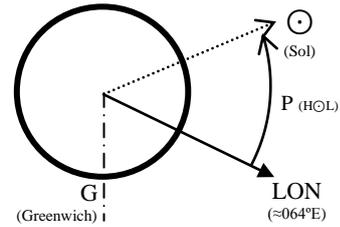
$\text{Cos } 21^\circ 5,6' = 0,9329$



6. El determinante (Zv y Δa) del Sol a la HTU = 04h35'00" del día 14 de julio de 2007.

Situación estimada : lat, 21°28,5' N LON, 064°30,1' E

$$\begin{array}{r}
 ai \odot = 45^{\circ} 12,10' \\
 ei = -3,00' \\
 \hline
 aobs = -2,80' \\
 a_{aparente} = 45^{\circ} 06,30' \\
 \quad + 15,1' \quad \text{Tbl B} \\
 \hline
 \quad - 0,20' \quad \text{c. Ad. (21 Abril)} \\
 \hline
 av \odot \approx 45^{\circ} 21,20'
 \end{array}$$



Por tablas hallamos 14/07/2007:  $\delta \odot = +21^{\circ}44,6' - 0,2' = 21^{\circ}44,4'$ ;  $H\odot G = 238^{\circ}33,1' + 8^{\circ}45' = 247^{\circ}18,1'$

Para calcular el ángulo en el polo y el horario local de Aries nos ayudamos del gráfico:

$$P = (H\odot L) = (360^{\circ} - 64^{\circ}30,1') - 247^{\circ}18,1' \rightarrow P_E = 48^{\circ}11,8'$$

$$\text{Sen } ae = \text{Sen } \delta \text{ Sen } le + \text{Cos } \delta \text{ Cos } le \text{ Cos } p = \text{Sen } 21^{\circ}44,4' \text{ Sen } 21^{\circ} 28,5' + \text{Cos } 21^{\circ}44,4' \text{ Cos } 21^{\circ} 28,5' \text{ Cos } 48^{\circ}11,8'$$

$$\text{Sen } ae = 0,711787 \rightarrow ae = \text{arcSen } 0,711787 = 45^{\circ}22,8'$$

$$\Delta a \odot = av - ae = 45^{\circ}21,2' - 45^{\circ}22,8' = -1,6'$$

$$\text{Cotg } Zv = \left( \frac{Tg \delta}{\text{Sen } p} - \frac{Tg le}{Tg p} \right) \text{Cos } le ; \text{Cotg } Zv = \left( \frac{Tg 21^{\circ}44,4'}{\text{Sen } 48^{\circ}11,8'} - \frac{Tg 21^{\circ}28,5'}{Tg 48^{\circ}11,8'} \right) \text{Cos } 21^{\circ}28,5'$$

$$\text{Cotg } Zv = 0,170429 \rightarrow Zv = \text{arcTg} \left( \frac{1}{0,170429} \right) = 80,328; Zv = N 80,3^{\circ} E$$

El determinante del sol a las 04h35m00s es: **Δa ⊙ = -1,6 Zv = N 80,3° E**

7. Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.

Al navegar a rumbo  $Rv = 360^{\circ}$  nos mantenemos en el mismo meridiano por lo que  $\Delta LON = 0$

$$H_h = \frac{HOL}{900 \pm \Delta LON'} = \frac{P \cdot 60}{(15^{\circ} \cdot 60) \pm \Delta LON} = \frac{48^{\circ}11,8' \cdot 60}{(15^{\circ} \cdot 60) \pm 0} = 3,213111 \text{ h}$$

$$\text{HTU} = 03^h 12^m 47,2^s + 04^h 35^m 00^s = \text{7h47m47,2s}$$

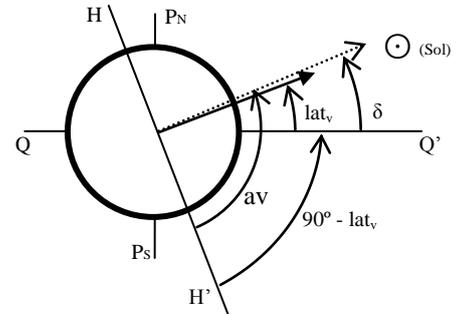
8. Situación verdadera a la Hora de Tiempo Universal (HTU) de paso del Sol por el meridiano superior del lugar.

$$\Delta lat = DST \text{ Cos } Rv = (Vb \cdot t) \text{ Cos } 360^{\circ} = (5 \cdot 3,21311) \text{ Cos } 360^{\circ} = 16,0655'$$

Situación estimada: lat, 21°28,5' + 15,063' = 21°44,56' N

Como navegamos a Rumbo verdadero 360° (Norte verdadero) no variamos la longitud que será igual que la de origen: LON, 064°30,1' E

$$\begin{array}{r}
 ai \odot = 89^{\circ} 46,70' \\
 ei = -3,00' \\
 \hline
 aobs = -2,80' \\
 a_{aparente} = 89^{\circ} 40,90' \\
 \quad + 16,00' \quad \text{Tbl B} \\
 \hline
 \quad - 0,30' \quad \text{c. Ad. (14 Jul)} \\
 \hline
 av \odot \approx 89^{\circ} 56,60'
 \end{array}$$



Por tablas hallamos 14/07/2007 7h47m47s:  $\delta \odot = +21^{\circ}43,5' + 0,48' = 21^{\circ}43,98' \approx 21^{\circ}44'$

$$90^{\circ} - lat_v = av - \delta \rightarrow lat_v = 90^{\circ} - av + \delta = 90^{\circ} - 89^{\circ} 56,6' + 21^{\circ} 44'$$

Al paso del Sol por el meridiano: **lat 21°44,4' N LON 064° 30,1' E**

9. Velocidad y rumbo verdadero del ECO A.

$$V = 14', Rv = 270^{\circ}$$

Trabajamos con referencias a 30m para no salirnos de la gráfica

Según la rosa de maniobras: **R<sub>A</sub> = 270° V<sub>A</sub> = 8'**

10. Velocidad y rumbo verdadero del ECO B.

Según la rosa de maniobras: **R<sub>B</sub> = 90° V<sub>B</sub> = 4'**

Rosa Maniobra

