Ejercicio nº 2 para Almanaque Náutico de 2010
Autor: Pablo González de Villaumbrosia García. 20.04.2010

El día 15 de Setiembre de 2010 un yate encontrándose en situación estimada le = 40º-00'N y Le = 4º-45'E, navegando al Ra = 037º y Vb = 10 nudos en el momento de la salida del Sol (orto aparente), toma marcación del Sol = 41º a estribor.

Mas tarde, a Hcro = 07h-35m-26s observa ai☼ limbo inferior = 35º-9', continuando navegando en estas mismas condiciones hasta ser el mediodía verdadero en que toma ai☼ limbo inferior = 52º-19,3'

Más tarde, navegando al Rv = 040º y Vb = 10 nudos, a HRB = 14-20 observa a un buque B que demora al 050º verdadero y que se encuentra a 30 millas de distancia. Rumbo de B = 260º y velocidad de B = 15 nudos.

Después de otros acaecimientos, a Hcro = 18h-10m-15s, en estimación estimada le = 42º-25'N y Le = 6º-43'E, navega al Rv = 033º, velocidad de máquina = 10 nudos, observa ai*Arcturus = 23º 37,8'; Zv de Arcturus = 306º y simultáneamente ai*Polar = 42º-20,9'.

EA a 0h de TU del día 15 = 01h-00m-15s, de movimiento diario = 3s en adelanto, error de índice = 1' a la izquierda, elevación del observador = 2 metros.

Se pide:
1.- Rv y Ct a la salida del Sol
2.- Situación estimada a Hcro = 07h-35m-26s
3.- Situación por Marcq y meridiana Sol
4.- Cinemática. Calcular la mínima distancia a que nos pasará el buque B, demora en la que observaremos a B al encontrarse a mínima distancia, HRB.
5.- Situación final por Marcq de Arcturus y latitud por la estrella Polar.

Resolución:

1.- Rv y Ct a la salida del Sol

En tablas diarias del Almanaque Náutico para l = 40ºN

- Orto Sol día 14 Set. 2010 → 5h 40m
- Orto Sol día 16 Set. 2010 → 5h 42m

Interpolando: Orto Sol día 15 Set 2010 → HcL orto= 5h 41m

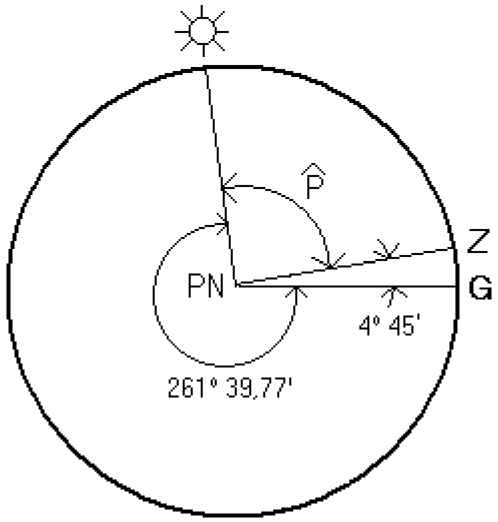
HcG orto en L = TU = tiempo universal = 5h 41m – $\frac{4º\ 45'}{15º}$ = 5h 22m

En tablas AN del día 15 de Set. de 2010

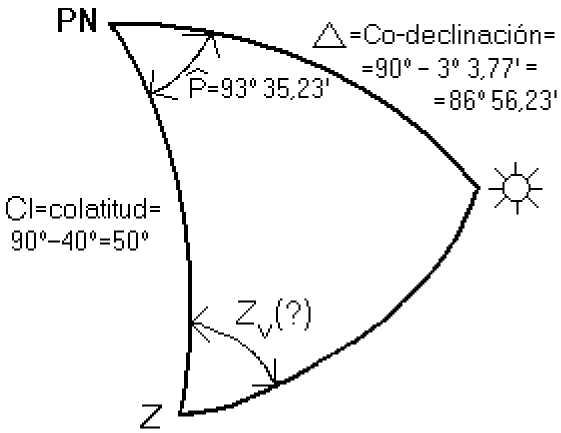
TU	hG☼	Dec
5h	256º 9,7'	+3º 4,1'
6h	271º 9,9'	+3º 3,2'

Interpolando para TU = 5h 22m sale:

hG☼ = 261º 39,77'
Dec = +3º 3,77'

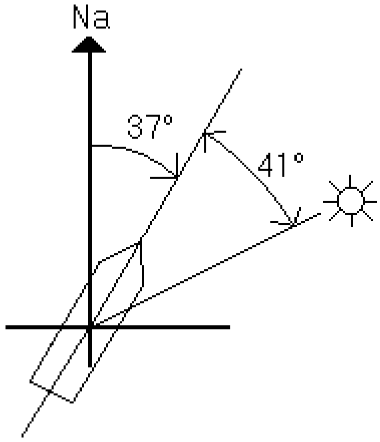


P = ángulo horario en el polo = 360º – 261º 39,77' – 4º 45' = 93º 35,23'



cotg 86º 56,23' x sen 50º = cos 50º x cos 93º 35,23'+ sen 93º 35,23'x cotg Zv

Zv = N85,35ºE



$Za = 37^{o} + 41^{o} = 78^{o}$
Ct = corrección total = $Zv - Za = 85{,}35^{o} - 78^{o} \approx +7^{o}$
$Rv = Ra + Ct = 37^{o} + 7^{o} = 44^{o}$

Respuestas:
$Rv = 44^{o}$
$Ct = +7^{o}$

<u>2.- Situación estimada a Hcro=07h-35m-26s</u>

Hcro = 07:35:26
EA = 01:00:15
TU = 7h 35m 26s + 1h 0m 15s = 8h 35m 41s
ppm = parte proporcional del movimiento = $3 \times \dfrac{8h\ 35m\ 41s}{24h} \approx 1$ s
TU = 8h 35m 41s – 1s = 8h 35m 40s

El cronómetro no está afectado por el error de 12 horas, ya que la hora local de observación del Sol sería 8h 35m 40s + $\dfrac{4^{o}\ 45'}{15^{o}}$ = 8h 54m 40s, que es una hora normal de observación del Sol por la mañana.

Δt = intervalo de tiempo navegado = 8h 35m 40s − 5h 22m = 3h 13m 40s = 3,2278 horas
D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 3,2278 = 32,278 millas
$\Delta l = D \times \cos Rv = 32{,}278 \times \cos 44^{o} = 23{,}22'N$
A = apartamiento = $D \times \text{sen } Rv = 32{,}278 \times \text{sen } 44^{o} = 22{,}42'E$
lm = latitud media = $l_{origen} + \dfrac{\Delta l}{2}$ = 40º N +11,61’= 40º 11,61’
$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{22{,}42'}{\cos 40^{o}\ 11{,}61'} = 29{,}35'E$$

Respuesta:
Situación a Hcro = 7h 35m 26s
le = 40ºN + 23,22’N = 40º 23,22’N
Le = 4º 45’E + 29,35’E = 5º 14,35’E

<u>3.- Situación por Marcq y meridiana Sol</u>

ai☼ limbo inferior = 35º 9’ (Hcro = 7h 35m 26s)
ao = altura observada = $ai + ei$ = 35º 9’ – 1’ = 35º 8’
aa = altura aparente = ao + Cd
Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’
aa = 35º 8’− 2,6’= 35º 5,4’
$Csd+ref+par$ = corrección por semidiámetro+refracción+paralaje (para aa = 35º 5,4’)=
= 14,7’ − 0,1’= +14,6’

a_v = altura verdadera = a_a + $C_{sd+ref+par}$ = 35º 5,4’+14,6’= 35º 20’

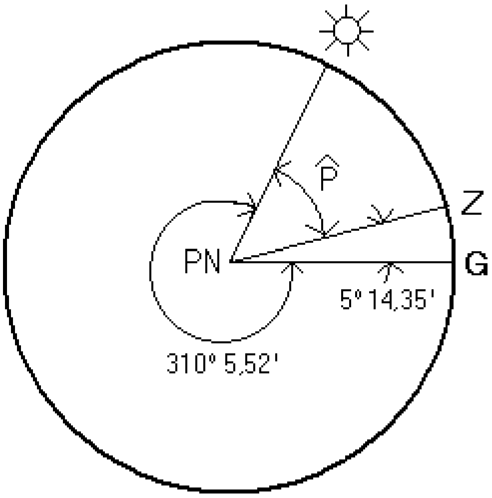
TU = tiempo universal = 8h 35m 40s

En tablas AN para el día 15 de Setiembre de 2010

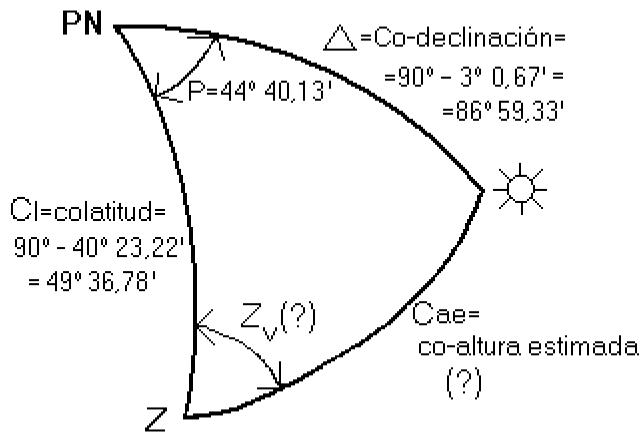
TU	hG☼	Dec☼
8h	301º 10,4’	+3º 1,2’
9h	316º 10,6’	+3º 0,3’

Interpolanto para TU = 8h 35m 40s

- hG☼ = 310º 5,52’
- Dec = +3º 0,67’



P = ángulo horario en el Polo = 360º – 310º 5,52’ – 5º 14,35’= 44º 40,13’



Del triángulo de posición de la figura sale:

Z_v = 120,9º

Cae = 54,9º → a_e = altura estimada = 90º – 54,9º = 35,1º = 35º 5,92’

Determinante del Sol a Hcro=7h 35m 26s:

$Zv = 120{,}9º = S59{,}1ºE$

$\Delta a = av - ae = 35º\ 20' - 35º\ 5{,}92' = +14{,}08'$

Coeficiente Pagel por la mañana

$$Q = \text{coeficiente de Pagel} = \frac{1}{\text{tang }\Delta \text{ x sen P}} - \frac{\text{cotg Cl}}{\text{tang P}} = 0{,}7857$$

Navegación hasta mediodía

<u>1ª método: barco en movimiento</u>

$$\Delta t = \text{intervalo de tiempo navegado} = \frac{P}{15º} = \frac{44º\ 40{,}13'}{15º} = 2h\ 58{,}67m = 2{,}978h$$

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,978 = 29,78 millas

A = apartamiento = D x sen Rv = 29,78 x sen 44º = 20,69'E

Δl = D x cos Rv =29,78 x cos 44º = 21,42'N

$$lm = \text{latitud media} = l\text{origen} + \frac{\Delta l}{2} = 40º\ 23{,}22'N + 10{,}71' = 40º\ 33{,}93'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{20{,}69'}{\cos 40º\ 33{,}93'} = 27{,}24'E$$

El Sol tarda en recorrer esos 27,24' un tiempo de $\frac{27{,}24'}{15'}$ = 1,82 minutos

Δt = intervalo de tiempo navegado = 2h 58,67m – 1,82m = 2h 56,85m = 2,9475h
Se resta ya que el barco se acerca hacia el Sol.

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,92475 = 29,475 millas

<u>2º método: fórmula exacta</u>

$$\Delta t = \text{tiempo exacto navegado} = \frac{he}{15º + \dfrac{Vb \text{ x sen R}}{60 \text{ x cos } lm}} = \frac{44º\ 40{,}13'}{15º + \dfrac{10 \text{ x sen } 44º}{60 \text{ x cos } 40º\ 33{,}93'}} =$$

= 2h 56,88m = 2,948h, que es prácticamente igual al calculado anteriormente

Tomaremos éste tiempo como el tiempo navegado.

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,948 = 29,48 millas

Método analítico:

		Δl		A	
Rv	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
N44ºE	29,48'	21,21'	—	20,48'	—
S59,1ºE	14,08'	—	7,23'	12,08'	—
		13,98'		32,56'	

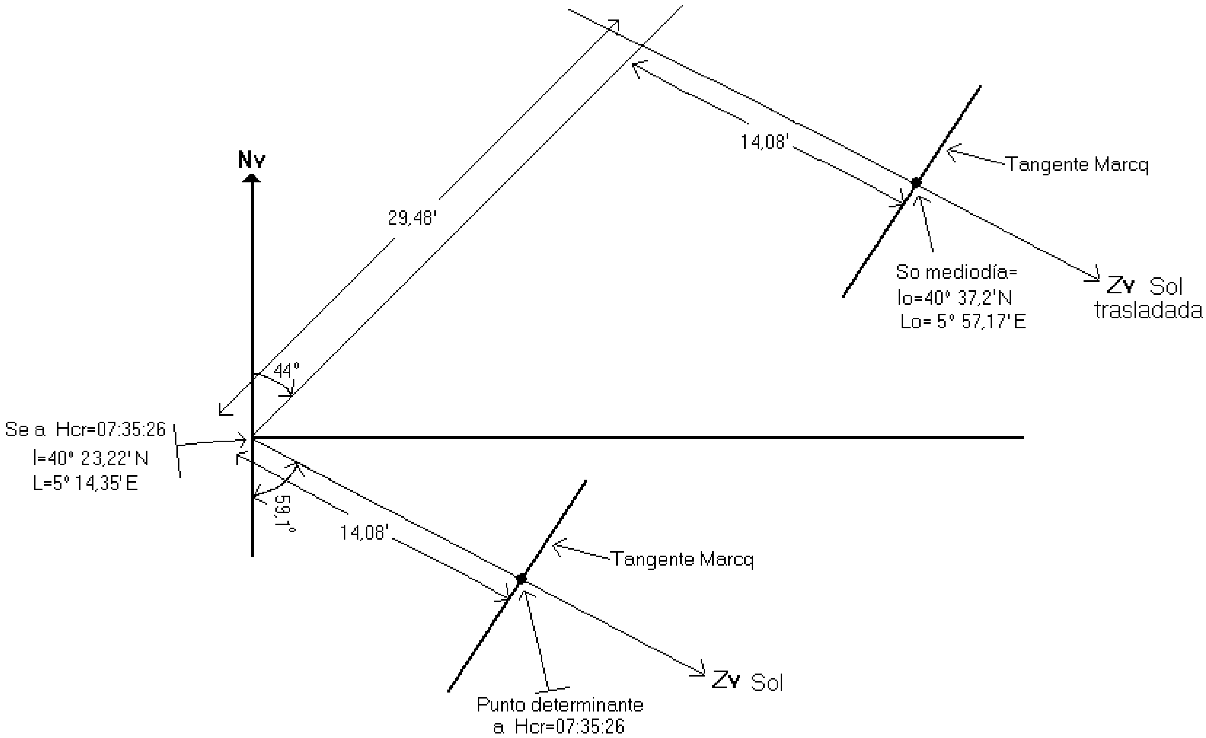
Δl = 13,98'N

lm = latitud media = $l$origen + $\frac{\Delta l}{2}$ = 40º 23,22'N + $\frac{13,98'}{2}$ = 40º 30,21'

$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{32,56'}{\cos 40º\ 30,21'}$ = 42,82'E

Situación observada del punto determinante:
lo = 40º 23,22'N + 13,98'N = 40º 37,2'N
Lo = 5º 14,35'E + 42,82'= 5º 57,17'E

Método gráfico:

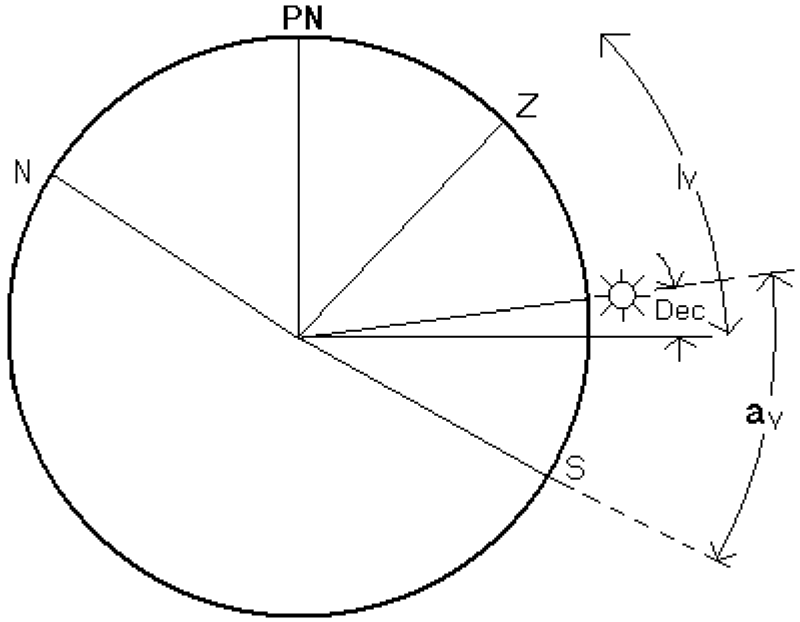


Cálculo Tiempo Universal del paso del Sol por el meridiano
TU pº ☼ mS/L = TU origen + tiempo navegado = 8h 35m 40s + 2h 56,88m = 11h 32,55m

Nota:
En tablas Almanaque Náutico (AN), PMG = Paso sol por Meridiano superior de Greenwich = = 11h 55,2m.

HcL pº ☼ mS/L = 11h 55,2m → TU pº ☼ mS/L = 11h 55,2m − $\frac{5º57,17'}{15º}$ = 11h 31,4m, que coincide bastante bien con el resultado de 11h 32,55m calculado anteriormente según el tiempo de navegación.

<u>Cálculo de la meridiana del Sol</u>



90º = lv + av – Dec → lv = Dec +90º – av

ai☼ limbo inferior = 52º 19,3’ (al paso del Sol por el meridiano del lugar)

ao = altura observada = ai + ei = 52º 19,3’ – 1’= 52º 18,3’

aa = altura aparente = ao + Cd

Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’

aa = 52º 18,3’−2,6’= 52º 15,7’

Csd+ref+par=corrección por semidiámetro+refracción+paralaje (para aa = 52º 15,7’) =
= 15,3’ −0,1’= +15,2’

av = altura verdadera = aa + Csd+ref+par = 52º 15,7’+ 15,2’= 52º 30,9’

En tablas AN para el día 15 de Set. de 2010

TU	**Dec☼**
11h	+2º 58,4’
12h	+2º 57,4’

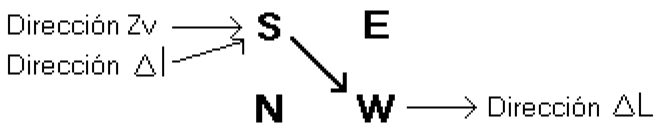
Para TU = 11h 32,55m → Dec = 2º 57,86’

lv = Dec + 90º – av = +2º 57,86’+ 90º – 52º 30,9’= 40º 26,96’N

Δl= lv– lo = 40º 26,96’N – 40º 37,2’N = –10,24’S

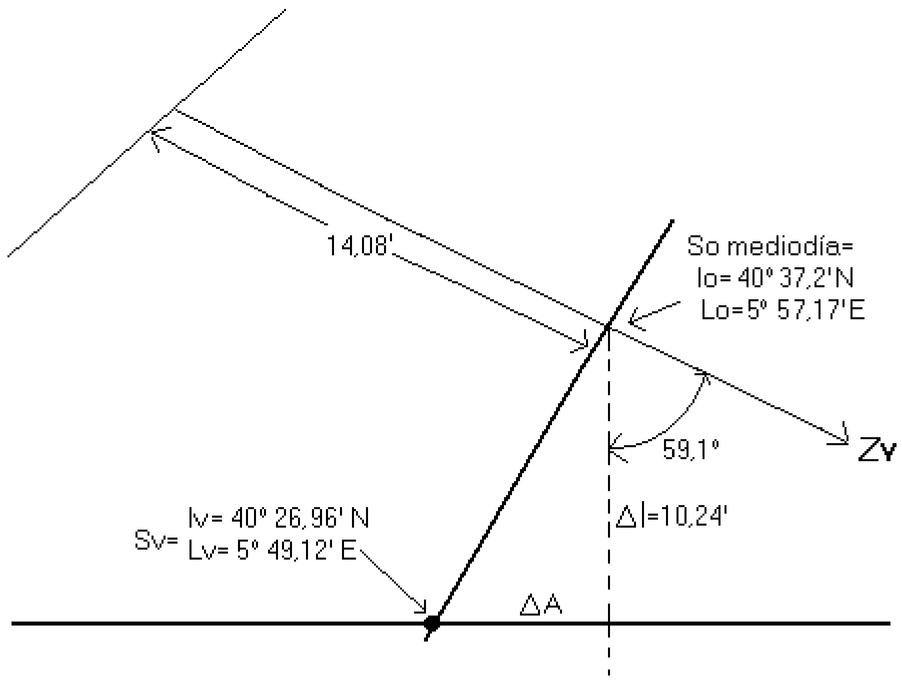
Cálculo por Pagel de la longitud

ΔL = Q x Δl = 0,7857 x 10,24 = 8,05’W



Respuesta:
Situación por Marcq y meridiana del Sol:
lv = 40º 26,96'N
Lv = 5º 57,17'E – 8,05'W = 5º 49,12'E

Comprobación coeficiente Pagel gráficamente



tang 59,1º$=\dfrac{\Delta l}{\Delta A}$ → A = apartamiento = $\dfrac{10{,}24'}{\text{tang } 59{,}1º}$ = 6,13'

$\Delta L = \dfrac{\Delta A}{\cos lo} = \dfrac{6{,}13'}{\cos 40º\ 37{,}2'}$ = 8,074'W

Q = coeficiente de Pagel = $\dfrac{\Delta L}{\Delta l} = \dfrac{8{,}074'}{10{,}24'}$ = 0,7885 que coincide bastante bien con el coeficiente de Pagel calculado por la mañana.

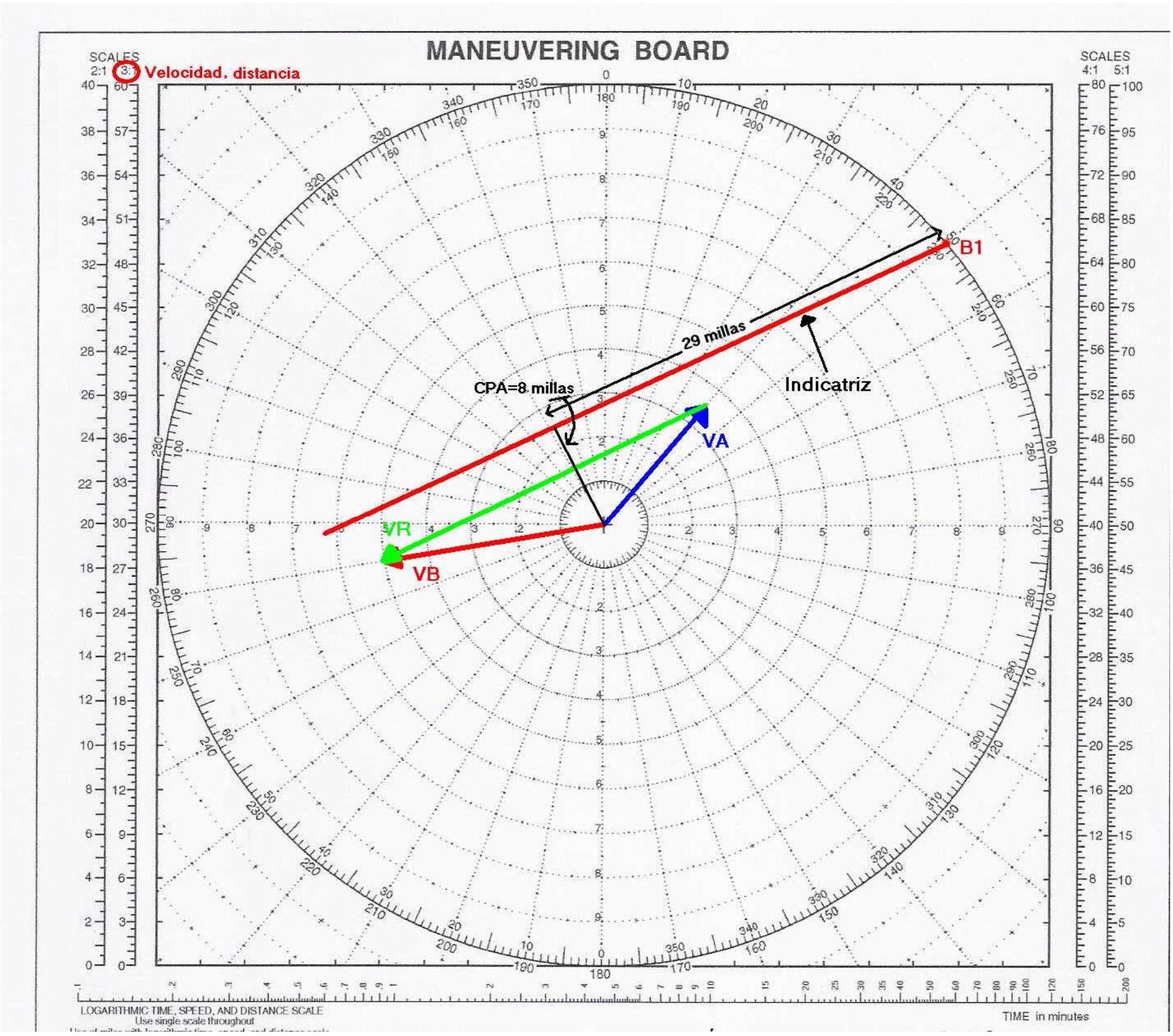
4.- Cinemática. Calcular la mínima distancia a que nos pasará el buque B, demora en la que observaremos a B al encontrarse a mínima distancia, HRB.

- Trazamos desde el centro de la rosa de maniobras los vectores de los barcos A y B, así como colocamos el punto B1 correspondiente a la posició del barco B.
- El vector que une los extremos de VA y VB será la velocidad relativa VR del barco B respecto del A. La indicatriz del movimiento de B respecto del A es una paralela a VR trazada desde el punto B1. VR ≈ 23 nudos.
- El CPA (Close Point of Approach) es la distancia mínima desde el centro de la rosa de maniobras a la indicatriz del movimiento. CPA = 8 millas, demora ≈ 332º.
- El recorrido que efectuará el barco B hasta el CPA es aproximadamente 29 millas.
- El tiempo que tardará el barco B desde B1 al CPA es pues:

$$\Delta t = \frac{29 \text{ millas}}{23 \text{ nudos}} = 1\text{h } 15{,}6\text{m}$$

HRB a CPA = 14h 20m + 1h 15,6m = 15h 35,6m

Respuestas:
CPA = 8 milla, demora CPA = 332º
HRB en CPA =15h 35,6m



5.- Situación final por Marcq de Arcturus y latitud por la estrella Polar.
Hcro = 18:10:15
EA = 01:00:15
TU = 18h 10m 15s + 1h 0m 15s = 19h 10m 30s

ppm = parte proporcional del movimiento = 3 x $\frac{19h\ 10m\ 30s}{24h} \approx 2,4$ s

TU = 19h 10m 30s – 2,4s = 19h 10m 27,6s

ai*Arcturus = 23º 37,8’

ao = altura observada = ai + ei = 23º 37,8’ – 1’= 23º 36,8’

aa = altura aparente = ao + Cd

Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’

aa = 23º 36,8’ −2,6’= 23º 34,2’

Crefr = corrección por refracción (para aa = 23º 34,2’) = −2,2’

av = altura verdadera = aa + Crefr = 23º 34,2’ − 2,2’= 23º 32’

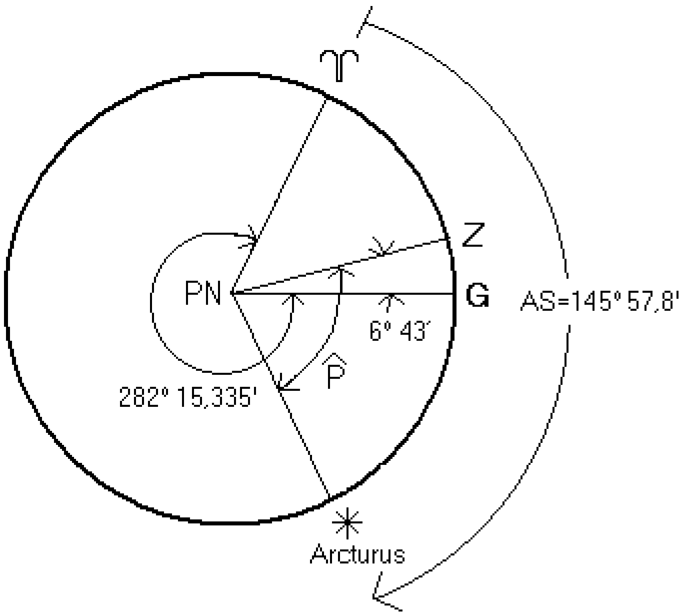
El ángulo sidéreo y la declinación en Septiembre de 2010 para Arcturus (nº 69) son:

AS Arcturus = 145º 57,8’
Dec “ = +19º 7,7’

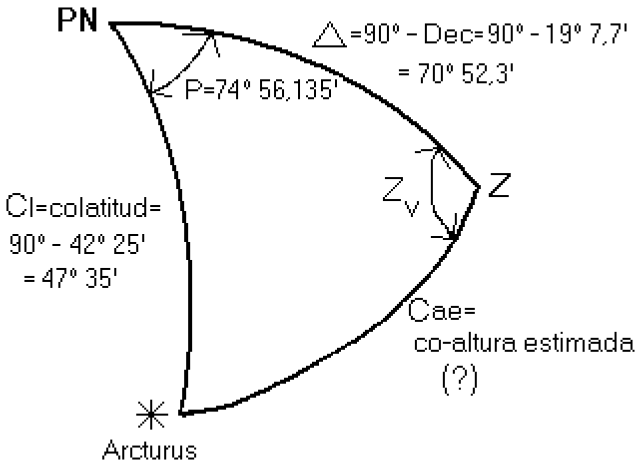
En tablas AN para el día 15 de Setiembre de 2010

TU	**hGγ**
19h	279º 38,0’
20h	294º 40,5’

Interpolando para TU = 19h 10m 27,6s
hGγ = 282º 15,335’



P = ángulo horario en el Polo = 145º 57,8’ – (360º – 282º 15,335’) + 6º 43’= 74º 56,135’



Nota: Se toma la Zv medida, no se calcula la del triángulo esférico

Resolviendo el triángulo esférico de posición de la figura anterior:
Cae = 66,2772º → ae = 90º – 66,2772º = 23º 43,37’
Δa = av – ae = 23º 32’ – 23º 43,37’= −11,37’

Determinante estrella Arcturus:
Zv = 306º
Δa = −11,37’

Cálculo av de la Polar
ai* Polar = 42º 20,9’
ao = altura observada = ai + ei = 42º 20,9’– 1’= 42º 19,9’
aa = altura aparente = ao + Cd
Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’
aa = 42º 19,9’−2,6’ = 42º 17,3’
Crefrac=corrección por refraccióne (para aa = 42º 17,3’) = −1,1’
av = altura verdadera = aa + Crefrac = 42º 17,3’−1,1’= 42º 16,2’

Determinación de hLγ
Del círculo horario dibujado anteriormente:
hLγ = 282º 15,335’ + 6º 43’= 288º 58,335’

Determinación de la latitud por la Polar
En tablas AN de determinación de la latitud por la observación de la altura de la Polar:

lv = latitud verdadera = av + Correc.1+ Correc.2 + Correc.3
Correc.1 (hLγ = 288º 58,335’) = +15,6’
Correc.2 (hLγ = 288º 58,335’, av = 42º) = +0,2’

Correc.3 ($hL\gamma$ = 288º 58,335', Septiembre) = +0,3'
lv = 42º 16,2' + 15,6'+ 0,2'+ 0,3' = 42º 32,3'N

Traslado del punto determinante
Zv = 306º = N54ºW
$D = \Delta a$ = −11,37'
R = 306º –180º = 126º = S54ºE
le = 42º 25'N
Le = 6º 43'E

		Δl		A	
R	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
S54ºE	11,37'	—	6,68'	9,2'	—
			6,68'	9,2'	

lo = latitud observada = $le - \Delta l$ = 42º 25'N – 6,68'S = 42º 18,32'N

$$lm = lo - \frac{\Delta l}{2} = 42º\ 18{,}32'N - 3{,}34'S \approx 42º\ 15'N$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{9{,}2'}{\cos 42º\ 15'} = 12{,}43'E$$

Lo = longitud observada = $Le + \Delta L$ = 6º 43'E + 12,43'E = 6º 55,43'E

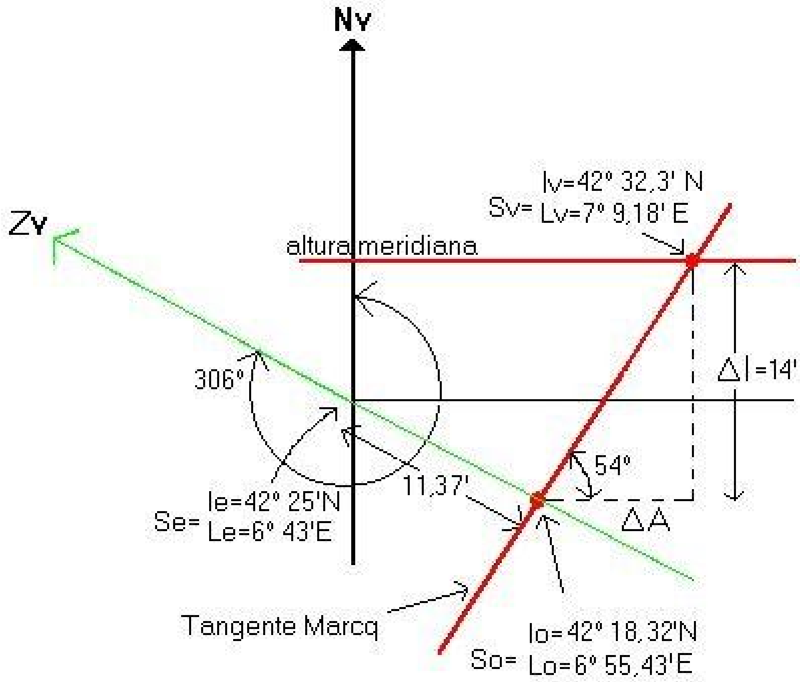
Cálculo coeficiente Pagel y de Lv
$\Delta l = lv - lo$ = 42º 32,3' – 42º 18,32'N ≈ 14'N

$$\tan 54º = \frac{\Delta l}{\Delta A} \rightarrow \Delta A = \frac{\Delta l}{\tan 54º} = \Delta L \times \cos lo$$

$$\Delta L = \frac{\Delta l}{(\tan 54º \times \cos 42º\ 18{,}32')}$$

$$Q = \text{coeficiente Pagel} = \frac{\Delta L}{\Delta l} = \frac{1}{(\tan 54º \times \cos 42º\ 18{,}32')} = 0{,}9824$$

$\Delta L = Q \times \Delta l$ = 0,9824 x 14'= 13,75'E
$Lv = Lo + \Delta L$ = 6º 55,43'E + 13,75'E = 7º 9,18'E



Respuesta:
lv = 42º 32,3'N
Lv = 7º 9,18'E